

Sandsynligheden for overrepræsentation af det største parti i Folketinget

Resumé. Tildelingen af kredsmandaterne ved danske folketingsvalg er endelig. Det vil sige, at de kredsmandater partier opnår i hver storkreds bibeholdes gennem hele mandatfordelingen. Endeligheden medfører, at et parti kan få flere mandater end dets stemmetal berettiger, hvis mandaterne fordeles efter største brøks metode. Dette skete senest ved folketingsvalget i 2022, hvor Socialdemokratiet, helt efter reglerne, fik et ekstra mandat. Denne artikel afdækker de dynamikker i parti- og storkredsstrukturen, der påvirker hvornår dette sker.

Kvalitativt er det velkendt, at risikoen for overrepræsentation øges med antallet af partier over spærregrensen og med størrelsen af det største parti. For at kvantificere effekten testes her en empirisk formel for den forventede overrepræsentation i et D'Hondtsk et-niveau-system i dansk kontekst. Tillægsmandaterne udligner langt det meste af denne overrepræsentation, og størrelsen af denne udligning beregnes. Med den empiriske formel kan sandsynligheden for og den forventede størrelse af en eventuel resterende overrepræsentation estimeres for et givet antal partier over spærregrensen og en given stemmeandel for det største parti.

Socialdemokratiets ekstra mandat ved valget i 2022 svarede til formlens forudsigelse og var derfor forventeligt på baggrund af det konkrete partimønster. Konklusionerne er dermed yderst relevante for den igangværende politiske proces om justering af valgloven.

Nøgleord: D'Hondtsk bias, valgmatematik, Socialdemokratiets 50. mandat, folketingsvalget 2022

Engelsk titel: The size and probability of overrepresentation for the largest party in Danish parliamentary elections

Abstract. The constituency seats in Danish parliamentary elections are final. This means that the constituency seats parties obtain in the first step of the seat calculation are retained throughout the entire calculation. As a result, a party may receive more seats than its vote share strictly entitles it to on a proportional basis. This most recently occurred at the 2022 general election, where the Social Democrats, entirely within the rules, received one extra seat. This article examines the dynamics of the party and multi-constituency structure that govern when this phenomenon arises.

Qualitatively, it is well known that the risk of overrepresentation of this type increases with the number of parties above the electoral threshold and with the vote share of the largest party. Here, a quantitative answer is provided. In addition, an empirical formula for the expected bias of a D'Hondt single-tier system in a Danish context is examined. The supplementary seats offset the vast majority of deviations from a proportional allocation of seats relative to the distribution of votes, and the extent of this is quantified. The empirical formula can be used to estimate the probability of, and expected magnitude of, any remaining overrepresentation for a given number of parties above the threshold and a given vote share of the largest party.

The analysis shows that the Social Democrats' extra seat at the 2022 election fits the prediction of the formula, it was therefore to be expected, given the specific party configuration. The conclusions are therefore highly relevant to the ongoing political process of revising the electoral law.

Keywords: D'Hondt bias, electoral mathematics, Social Democrats' 50th mandate, 2022 parliamentary election

1. Introduktion

Det danske valgsystem er generelt set velfungerende (Elklit, 2020) og dets to niveauer sikrer høj grad af forholdsmæssighed og geografisk repræsentation. Først fordeles kredsmandaterne i ti storkredse med den D'Hondtske metode, dernæst udregnes de samlede mandattal med største brøks metode, og tillægsmandaterne er forskellen. Som regel afsluttes beregningen der, men hvis et parti har fået flere kredsmandater end deres samlede mandattal, så er forskellen negativ og noget må gøres. I valgloven står, at partiet beholder alle sine kredsmandater. Det siges, at kredsmandaterne er *endelige*, og partiet er *overrepræsenteret*. Herefter foretages yderligere beregninger, hvor tillægsmandaterne fordeles på ny.

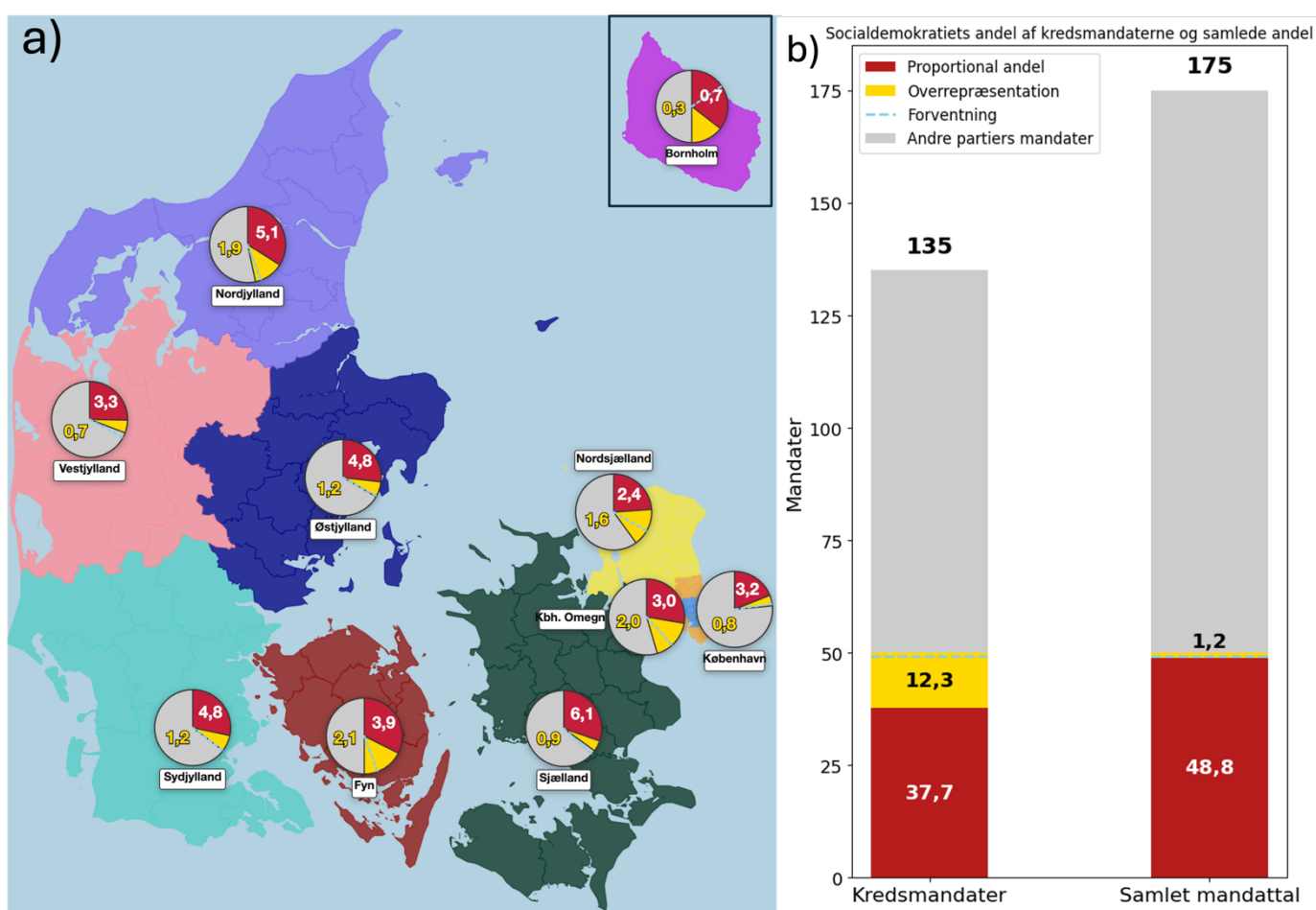
I 2022 fik Socialdemokratiet 50 kredsmandater, men kun 49 mandater i den nationale beregning med største brøks metode (SBM). For første gang i 75 år blev reglen om kredsmandaternes endelighed aktiveret. Helt som loven foreskriver, fik Socialdemokratiet ét ekstra mandat, som var afgørende for, at der var rødt flertal i det nyvalgte Folketing. Her undersøges, om det skyldtes, at Socialdemokratiet fik mange af de yderste kredsmandater i alle ti storkredse, eller om lignende ujævnheder i proportionaliteten må forventes at opstå ved kommende folketingsvalg. Jo flere partier der kommer over spærregrensen, desto mere sandsynligt bliver overrepræsentation. Overrepræsentation kan opstå uanset hvilken metode kredsmandaterne fordeles efter (Holdum og Klausen, 2024), men da den D'Hondtske metode favoriserer de store partier, og fordelene akkumuleres på tværs af storkredse, opstår overrepræsentationen oftere end med andre metoder (f.eks. Sainte-Laguës). Den D'Hondtske favorisering af store partier og dermed sandsynligheden for overrepræsentation bliver større med antallet af partier.

Analysen nedenfor udleder, at overrepræsentation, som tommelfingerregel, vil opstå, når det største partis stemmeandel er større end $\frac{1}{n-8}$, hvor n er antallet af partier over spærregrensen. I 2022 opnåede 12 partier repræsentation i Folketinget, hvilket betyder, at overrepræsentation forventes, hvis et parti får 25% af stemmerne eller mere¹. Det stemmer fint overens med, at Socialdemokratiet fik 27,6% af stemmerne og blev overrepræsenteret med ét mandat. I ligningen (forventet overrepræsentation) nedenfor gives også et matematisk udtryk for hvor stor overrepræsentation, der kan forventes ud fra antallet af partier og størrelse på det største parti.

Siden valget i 2022 har det vist sig, at mandatfordelingsalgoritmen ikke er veldefineret i alle tilfælde (Elklit, Holdum og Klausen, 2025) og det er uklart, hvad risikoen er for et sådant scenarie. Analysen her er et skridt på vejen til at vurdere sandsynligheden, men metoden kan ikke direkte anvendes, da den kun omfatter ét overrepræsenteret parti. I sommeren 2025 blev det rapporteret, at et flertal i Folketinget var klar til at afskaffe kredsmandaternes endelighed (Rønne, 2025). Dette studies kvantitative analyse er central for den dertil hørende politiske drøftelse.

1.1. Mandatfordelingen til folketingsvalg.

Fordelingen af mandater til partier ved danske folketingsvalg sker ifølge valgloven og beskrives kort her. Igennem hele artiklen ser vi bort fra de fire nordatlantiske mandater, der fordeles på Grønland og Færøerne. Den danske del af riget er inddelt i 10 storkredse (se Figur 1), hvor 135 kredsmandater fordeles. Hvert femte år genfordeles kredsmandaterne på storkredse ud fra summen af folketallet, vælgertallet og 20 gange storkredsens areal i kvadratkilometer. Efter hvert valg fordeles kredsmandaterne til partierne i hver storkreds med den D'Hondtske metode, se f.eks. (Elklit, 2025) for en nærmere forklaring. Dernæst lægges stemmetallene fra alle storkredse sammen og ved hjælp af den største brøks metode (SBM) fordeles 175 mandater på partierne. Hvis alle partier har fået mindst lige så mange mandater i SBM-beregningen som kredsmandater afsluttes beregningen. I det tilfælde er partiets tillægsmandater givet ved antallet af mandater i SBM-beregningen minus antallet af kredsmandater.



Figur 1. a) Socialdemokratiets valgresultat i 2022 i landets ti storkredse. Den røde andel af cirklene svarer til Socialdemokratiets stemmeandel i hver storkreds. Socialdemokratiet fik en større andel af kredsmandaterne end af stemmerne i hver eneste storkreds, den ekstra andel er markeret med gul. Den stiplede lyseblå linje markerer i hver storkreds formlen $6(p - \frac{1}{12})$, hvor p er stemmeandelen i storkredsen, se også biasformlen nedenfor. Bemærk hvordan den stiplede linje allerede på storkreds-niveau passer godt med det faktiske valgresultat. b) Illustration af Socialdemokratiets andel af kredsmandaterne og af alle 175 kreds- og tillægsmandater. Overrepræsentationen før tillægsmandaterne blev fordelt (de gule stykker) udgjorde i alt 12,3 mandater. I beregningen med største brøks metode med udgangspunkt i de 175 mandater var denne overrepræsentation præcis ét mandat større end tillægsmandaterne kunne udjævne.

Hvis et parti derimod har fået flere kredsmandater end i SBM-beregningen beholder partiet deres kredsmandater; det er blevet overrepræsenteret. Til fordeling af tillægsmandaterne foretages dernæst en eller flere yderligere beregninger, som vi ikke skal komme ind på her, se (Elklit, Holdum og Klausen, 2025) for yderligere forklaring og for en redegørelse for, hvorfor loven ikke beskriver hvordan mandaterne skal fordeles i alle tilfælde.

Tillægsmandaterne betyder, at eventuelle ujævnheder mellem partiets stemmetal og mandattal på storkreds niveau udjævnes. I det følgende undersøges hvornår D'Hondtske skævheder fra storkreds niveauet bliver så store at tillægsmandaterne ikke rækker til helt at udjævne dem. Valget i 2022 giver et fingerpeg om den mere generelle mekanisme, der er på spil. I Figur 1 illustreres hvordan Socialdemokratiet i hver eneste storkreds opnåede en større andel af kredsmandaterne end af stemmerne og hvordan denne andel i mange tilfælde kunne forudsiges udelukkende ud fra viden om antallet af partier og Socialdemokratiets stemmeandel i storkredsen.

Som man kan se på Figur 1b) blev den samlede overrepræsentation på storkreds niveau (12,3 mandater) næsten helt udjævnet af tillægsmandaterne, hvorved Socialdemokratiet endte med et enkelt ekstra mandat. Dette eksempel illustrerer hvorfor to-niveau valgsystemer som det danske generelt er meget proportionelle målt f.eks. med det indeks som Michael Gallagher har udviklet (Gallagher, 1991). Den disproportionalitet, som måtte være at aflæse på Gallagher-indekset for to-niveau systemer skyldes i langt højere grad spærregrænser, omend afvigelser fra proportionaliteten lader til at vække stærkere følelser, når det gælder partier over spærregrænsen. Det var således også tilfældet efter at noget lignende skete i Sverige i 2010, hvilket ledte til en ændring af den svenske valglov så den garanterede proportionalitet (for partier over deres spærregrænse på 4%), se f.eks. (Ramírez-González et. al., 2014) og (Valmyndigheten, 2025).

1.2. Tillægsmandaternes fordeling over tid.

Det danske valgsystem har ændret sig over tid, se Tabel 1. De løbende ændringer har haft stor betydning for sandsynligheden for overrepræsentation. Siden afskaffelsen af enkeltmandskredsene i 1920 er antallet af storkredse løbende blevet reduceret, og metoden til fordeling af kredsmandater blev i 1953 skiftet fra den *D'Hondtske* (DH) til *Sainte-Laguë*² (SL), hvorefter den blev ændret tilbage til DH i 2007. DH favoriserer som bekendt de store partier mere end SL-metoden (Pólya, 1919; Schuster, Pukelsheim, Drton og Draper, 2003; Janson, 2014). Figur 2 afbilder, hvor mange tillægsmandater tre af de fire gamle partier ville have fået ved alle valg siden 1920 beregnet med begge metoder. Figur 2 illustrerer, at det generelt mindre Konservative Folkeparti ville have fået flere tillægsmandater efter tildeling af kredsmandater ved DH end ved SL. Det modsatte gør sig gældende for Socialdemokratiet, som har været større end de Konservative i hele periode.

På Figur 2 springer Venstre i øjnene, og de blev da også overrepræsenteret ved en række valg indtil 1947. Det skyldes primært arealfaktoren, som betyder at kredsmandaterne er billigere på landet, hvor Venstre er stærkest (se Bilag B for uddybning). Bemærk også valget i 1977, hvor Socialdemokratiet med Anker Jørgensen i spidsen opnåede 37,0%, og det næststørste parti var Fremskridtspartiet med 14,6%. Var den D'Hondtske (DH) metode blevet anvendt til fordeling

af kredsmandater, var liste A blevet overrepræsenteret ved dette og de følgende tre valg. Selv med SL-metoden var det lige ved at ske i 1977, hvor hverken Socialdemokratiet eller Fremskridtspartiet fik. Som vi skal se, er det ikke et tilfælde, at det skete ved netop dette valg, hvor 11 partier opnåede valg til Folketinget.

Tabel 1. Danske valgsystemer fra september 1920: antal kredse, kredsmandater og tillægsmandater (uden Færøerne og Grønland). *a)* Kredsmandaterne var ikke endelige i 1948-loven.

Periode (lovændring)	Antal kredse c	Kredsmandater k	Tillægsmandater T	Metoden i kredsene
1920–1947 (valglov)	23	117	31	DH
1948–1953 (ændring 1948)	23	105	44	DH ^a
1953–1970 (valglov 1953)	23	135	40	SL
1971–2006 (kommunalreform)	17	135	40	SL
2007– (strukturereform)	10	135	40	DH

2. Det samlede bias og hvad tillægsmandaterne kan udjævne

For at kunne beskrive hvornår tillægsmandaterne kan forventes at udjævne skævhederne på kredsmandatniveau, er det nødvendigt først at undersøge hvor meget et stort parti kan forvente at blive overrepræsenteret i et D'Hondtsk et-niveausystem (kredsmandatfordelingen).

2.1. Det forventede bias for den D'Hondtske metode.

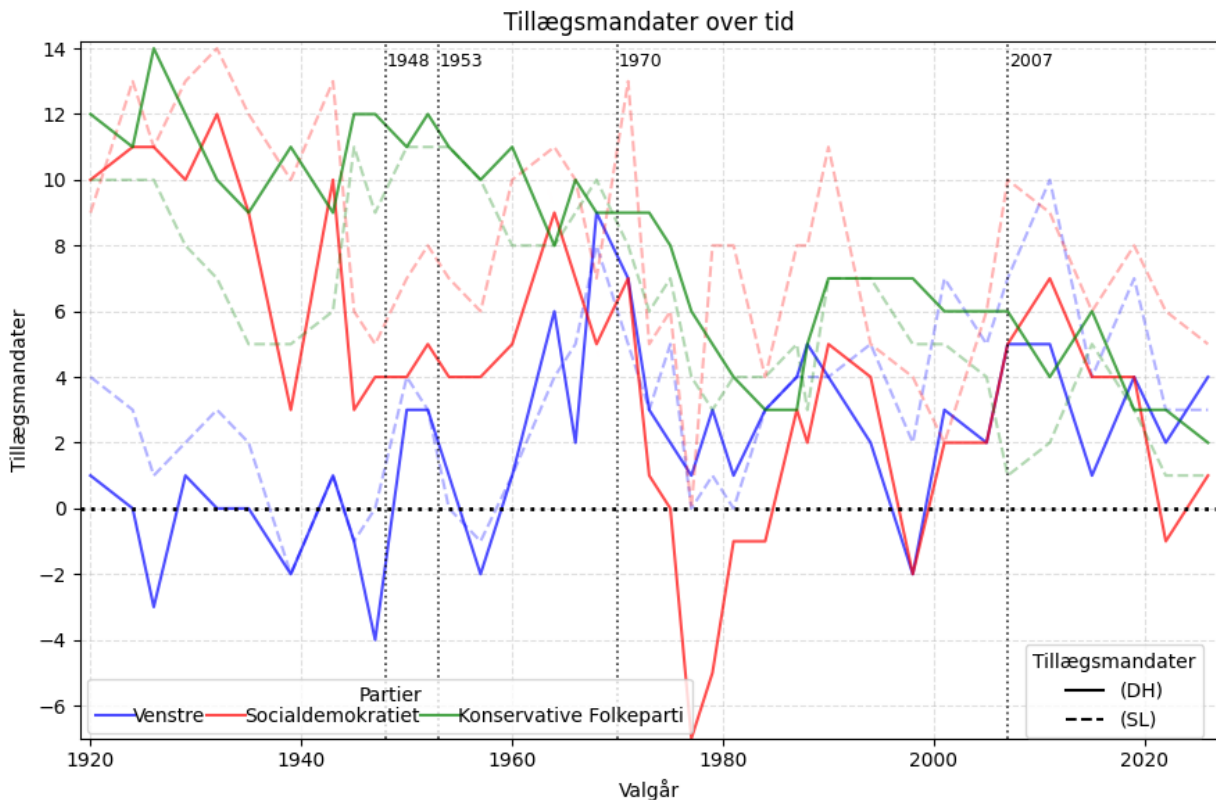
Den D'Hondtske metode favoriserer store partier mere når der er flere kredse og flere partier. Lad i det følgende k betegne det samlede antal kredsmandater og T antallet af tillægsmandater, hvorved det samlede mandattal er $k + T$. Lad endvidere c være antallet af storkredse. For det nuværende danske valgsystem er $k = 135$, $T = 40$ og $c = 10$, jf. Tabel 1. En empirisk biasformel fra³ (Flis, Stomczyński og Stolicki, 2020) beskriver, at for et D'Hondtsk et-niveausystem (dvs. kredsmandaterne i Danmark) kan et parti med stemmeandel p forvente følgende antal kredsmandater:

$$pk + \frac{cn}{2} \left(p - \frac{1}{n} \right). \quad (\text{biasformlen})$$

hvor n er antallet af såkaldt relevante partier⁴. Som det danske system er indrettet, kan n defineres som antallet af partier, der opnår mindst 2% af stemmerne. I det følgende undersøges præcisionen af biasformlen empirisk ved at teste den på alle valg siden 1920. Analysen nedenfor viser, at formlen er blevet mere og mere præcis efterhånden som kredsstørrelserne er vokset. Denne præcision er med til at legitimere definitionen af relevante partier og brugen af biasformlen til at vurdere overrepræsentationen under den nuværende valglov og partistruktur. Skulle systemet ændre sig igen, hvis der f.eks. blev indført flere storkredse eller skruet på arealfaktoren, kunne biasformlen godt komme til at passe dårligere med de faktiske valgresultater end det ses historisk. Dette kunne også ske, hvis forskellen mellem stemmemønstrene i provins og hovedstad forstærkes yderligere.

Hvis fordelingen af kredsmandater var forholdsmæssig, ville partiet kunne forvente ca. pk kredsmandater, svarende til formlens første led. Det andet led beskriver den D'Hondtske metodes bias, heraf navnet biasformlen. Bemærk at

hvis p bliver større stiger biaset, hvilket altså beskriver, hvordan DH favoriserer de store partier (og at alle partier der er større end den gennemsnitlige partistørrelse $1/n$ kan forvente at få en bonus). Samtidig vokser biaset med antallet af partier, og med antallet af storkredse c , hvilket illustrerer det generelle mikro-mega princip, at små kredse favoriserer store partier (Taagepera, 2007).



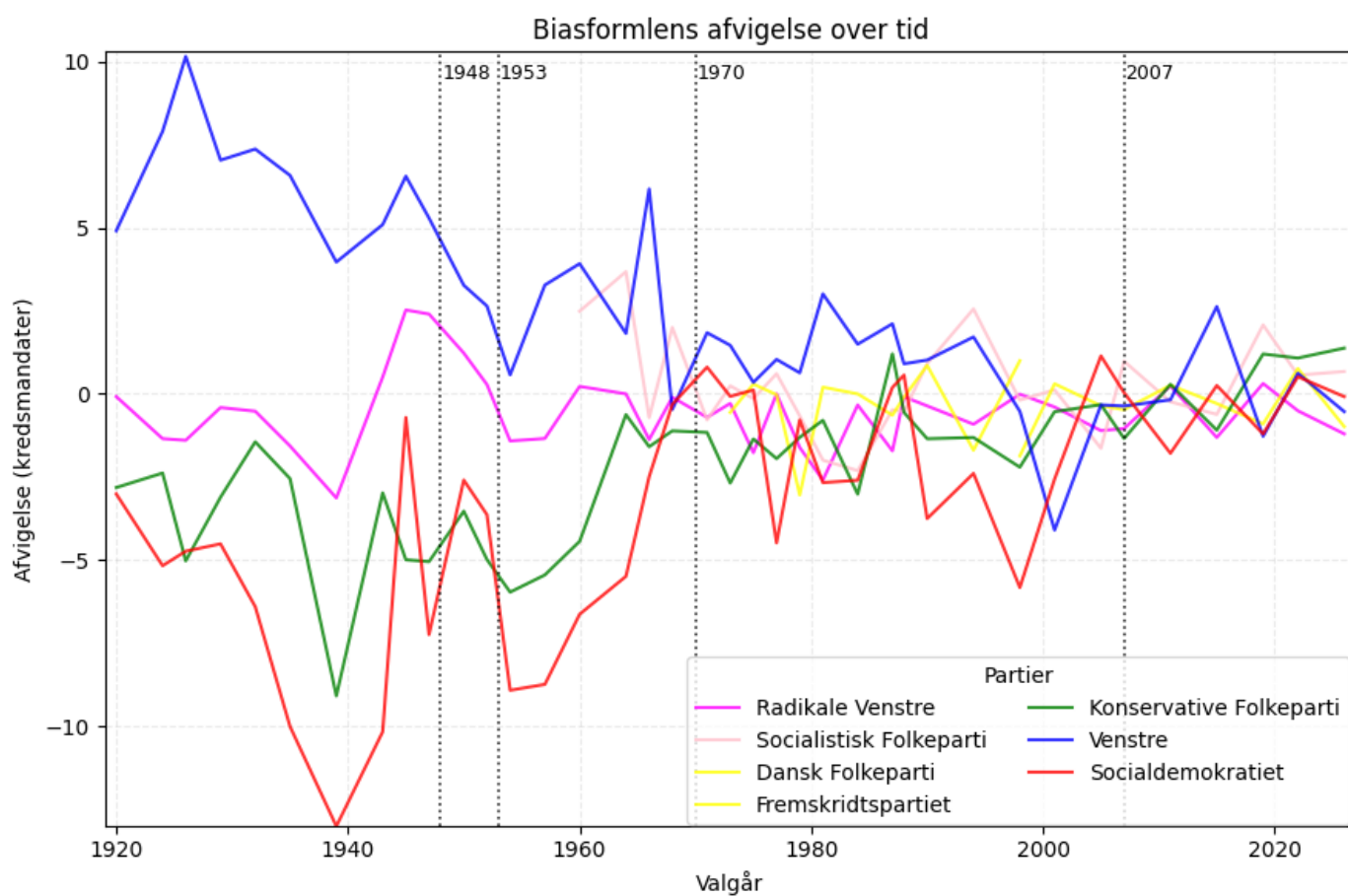
Figur 2. Tre af de fire gamle partiers tillægsmandater^a over tid, hvor kredsmandaterne fordeles med den D'Hondtske metode (fuldoptrukken linje) og SL-metoden (stiplet linje). Der er brugt en spærregrense på 2% for alle valg, hvilket betyder enkelte afvigelser^b sammenlignet med de faktiske valgresultater. *a)* I første beregning efter det der nu er valglovens §77, stk. 2. *b)* Fra 1953 til 1961 var spærregrensen 60.000 stemmer og ikke 2%. Denne forskel betød, at partiet "De Uafhængige", der heller ikke fik nogen kredsmandater, ikke opnåede repræsentation. Hvis spærregrensen i stedet havde været 2%, var Venstre blevet overrepræsenteret ved valget i 1957. Ved samme valg fik Slesvigsk Parti et kredsmandat i Syddjylland. Dette mandat var afgørende for at Venstre ikke blev overrepræsenteret. I SBM-beregningen fik Slesvigsk Parti rundet 0,71 op til 1, hvilket betød at partiet hverken opnåede tillægsmandater eller blev overrepræsenteret.

I (Flis, Słomczyński og Stolicki, 2020) er det beskrevet under hvilke antagelser formlen virker bedst, blandt andet at der ikke skal være små partier, der lokalt er meget stærke og at antallet af stemmer per storkreds skal være nogenlunde konstant. Under lignende stærkere matematiske antagelser er det muligt at bevise formlen (Boratyn, Słomczyński og Stolicki, 2018). I stedet for at gå nærmere ind i antagelserne undersøges formlens præcision ved tidligere danske valg i næste afsnit.

2.2. Empirisk test af biasformlen i det danske valgsystem (før tillægsmandater).

I dette afsnit undersøges præcisionen af den empiriske biasformel i dansk kontekst. Derefter viser vi, at når biasformlen gælder, giver den kvantitativ forståelse af hvornår overrepræsentation kan forventes at opstå.

Der er flere aspekter ved det danske valgsystem, som på papiret udfordrer biasformlen. Et aspekt er arealfaktoren, som gør kredsmandaterne relativt billigere i storkredse med stort areal i forhold til indbyggertal. Et andet er Bornholmerreglen: at der altid skal tilfalde Bornholm to kredsmandater. Disse mandater kan opnås med relativt få stemmer sammenlignet med de øvrige kredsmandater⁵. Hvor meget disse to forhold betyder for validiteten af biasformlen undersøges empirisk i Figur 3, der viser forskellen på det faktiske antal kredsmandater med (DH) og biasformlen over tid. Formlen passer bedre og



Figur 3. Undersøgelse af præcisionen for biasformlen over tid for en række relevante partier. For hvert parti og hvert valg er forskellen på hvor mange kredsmandater partiet fik, og hvor mange de kunne forvente ud fra den samlede stemmeandel plottet. Indtegnet er også de fire valglovsændringer, der generelt har ført til lavere afvigelser. Noter: i) Der arbejdes med en spærregrense på 2% hele vejen igennem (selvom spærregrensen før 1961 var anderledes). ii) Antallet af kredsmandater har ikke været konstant over tid (jf. Tabel 1). iii) I perioden 1953-2007 blev SL-metoden brugt til fordeling af kredsmandaterne, men i grafikken er der tale om kontrafaktisk brug af den D'Hondtske metode. Datagrundlaget uddybes i Bilag C.

bedre efterhånden som kredsene er blevet større med reformerne i 1948, 1970 og 2007 (beskrevet i Tabel 1). Bemærk hvordan der før 1970 var tydeligt systematisk bias, idet Venstre konsekvent fik flere kredsmandater end formelen

forudsiger (hvilket bl.a. skyldtes arealfaktoren, se Figur 8 og Bilag B), men det bias er også blevet mindre over tid og er næsten forsvundet.

Biasformlen har en standardafvigelse⁶ på under et mandat per parti ved alle valg siden 2007. Da antallet af kredsmandater er et helt tal, mens formelen producerer decimale værdier, må præcisionen vurderes som tæt på det teoretisk opnåelige. Formlen anvendes derfor som grundlag for den videre analyse, hvor vi ser nærmere på hvor meget af formlens bias tillægsmandaterne kan forventes at udjævne.

Bilag B analyserer, hvorfor formelen i tidligere perioder afveg mere fra de observerede resultater. Valget i 1947 udgør en særlig velegnet case til at belyse formlens begrænsninger og de mekanismer, der kan forklare dens afvigelser. Venstres generelle overrepræsentation i forhold til formelen, som kan tilskrives arealfaktoren og en lokaliseringseffekt, diskuteres nærmere i Bilag B.

2.3. Hvor meget bias kan tillægsmandater udjævne?

I dette afsnit analyserer vi hvor meget overrepræsentation (fra storkreds niveauet) T tillægsmandater kan forventes at udjævne.

Hvis alle partier har fået mindst lige så mange mandater i største brøks metode, som de har fået kredsmandater, er der per definition ingen overrepræsentation. Overrepræsentationen opstår når et parti får flere kredsmandater end mandater i største brøks metode. Da SBM er proportional⁷, er det forventede antal mandater for et parti med stemmeandel p ca. $(k + T)p$. Kombineret⁸ med biasformlen, fås følgende bud på den forventede overrepræsentation:

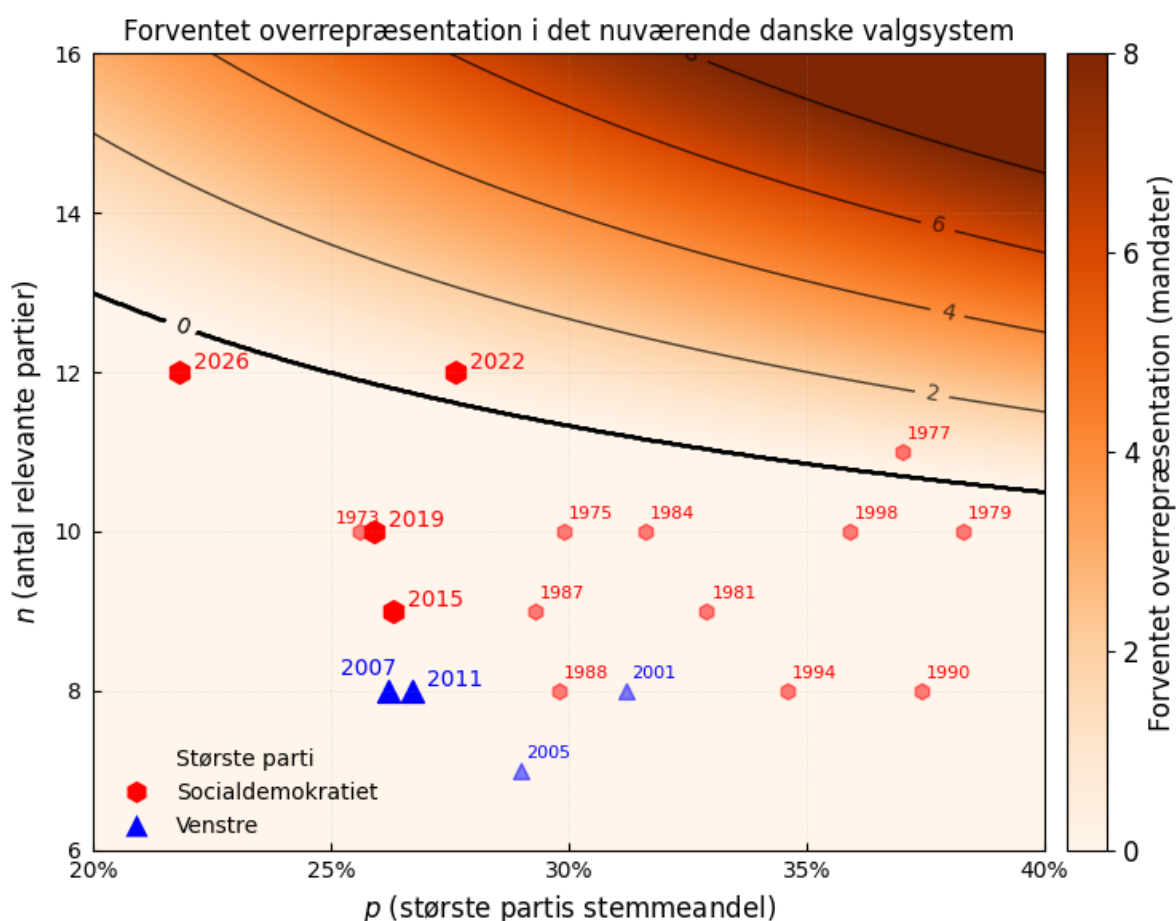
$$\max\left\{\frac{cn}{2}\left(p - \frac{1}{n}\right) - Tp, 0\right\} \quad (\text{forventet overrepræsentation})$$

Figur 4 illustrerer formelen og viser samtidig værdien af p og n for alle folketingsvalg siden 1973. Sammenholdt med billedet af hvor præcis biasformlen er blevet (Figur 3), giver Figur 4 en indikation af hvornår overrepræsentation kan forventes i det nuværende danske valgsystem. For kvantitativt at kunne beskrive sandsynligheden for overrepræsentation er det nødvendigt at kvantificere størrelsen på afvigelserne biasformlen, se Bilag A. Udtrykket i (forventet overrepræsentation) er positivt, når

$$p(n - 2T/c) > 1, \quad (\text{overrepræsentationskriterium})$$

Dette kriterium giver en tommelfingerregel for hvornår overrepræsentation kan forventes. I det nuværende danske valgsystem er $T = 40$, $c = 10$, hvilket giver formelen: $p \geq \frac{1}{n-8}$. Som nævnt i introduktionen stemmer det fint overens med valgresultatet i 2022. Bemærk også hvordan formelen viser at det vigtige for at undgå overrepræsentation er antallet af tillægsmandater per kreds og ikke balancen mellem kredsmandater og tillægsmandater, som det ellers ofte nævnes i litteraturen (Gallagher, Mitchell 2018).

På baggrund af en analyse af tidligere valg⁹ konkluderede (Elklit, 2006), at overrepræsentation ville være yderst usandsynlig i det nye valgsystem. Når det alligevel skete, skyldes det både den markante stigning i antallet af partier i Folketinget, og at biasformlen er blevet mere præcis, se Figur 3. I perioden 1970–2005 skygger arealfaktoren for en stor del af det D’Hondtske bias, som det, efter nutidens forhold, ofte stærke Socialdemokrati ellers ville have opnået¹⁰. Sammenlign også overrepræsentationen som Socialdemokratiet ville have opnået med den D’Hondtske metode i Figur 2 (f.eks. 5 mandater i 1979) med den forudsagte overrepræsentation i Figur 10 (8 mandater i 1979).



Figur 4. Forventet overrepræsentation for et parti med stemmeandel p givet n relevante partier. Farveskalaen viser det forventede antal ekstra mandater, der ikke kan udjævnes af tillægsmandaterne, jf. (forventet overrepræsentation). Parametrene er sat til $c = 10$ og $T = 40$ svarende til de nuværende 10 storkredse og 40 tillægsmandater. De markerede punkter angiver det største parti ved folketingsvalgene i perioden 1973–2026. Den fremhævede linje svarer til det beskrevne (overrepræsentationskriterium). Over linjen vil man generelt forvente overrepræsentation. Figuren illustrerer, hvordan udviklingen siden 2005 med stadig flere partier er kommet stadig tættere på overrepræsentation, før det så skete i 2022. Valgene 1973–2005 (markeret med mindre punkter), havde 17 storkredse ($c = 17$), se Tabel 1, for det tilsvarende plot for det daværende system se Figur 10.

3. Konklusion og videre arbejde

Biasformlen for D'Hondtske et-niveausystemer tilnærmer fordelingen af de danske kredsmandater godt. Antages formelen, kan den forventede overrepræsentation i to-niveau systemer forudsiges præcist. Formlerne viser, at valgresultatet i 2022 ikke var ekstraordinært, men at det snarere var omtrent, hvad man kunne forvente, givet antallet af partier over spærregrensen og Socialdemokratiets stemmeandel. Analysen forudsiger¹¹, at det største parti skal have omtrent 35%, 28%, 23% af stemmerne, før det kan forvente to mandaters overrepræsentation i en partistruktur med henholdsvis 12, 13 og 14 partier. I Figur 6 i Bilag A udregnes endvidere, at med en partistruktur som i 2022 er der ca. 70% sandsynlighed for, at det største parti bliver overrepræsenteret.

Selv SL-metoden, der har mindre bias, vil kunne få problemer med at kombinere forholdsmæssighed med kredsmandaternes endelighed og et fast antal tillægsmandater¹², særligt når der er mange partier. Hvis man ønsker garanteret forholdsmæssighed, vil det derfor være det bedste at afskaffe kredsmandaternes endelighed, når hullerne beskrevet i (Elklit, Holdum og Klausen, 2025) alligevel skal lappes. Det kunne f.eks. gøres ved at indføre det system, der blev foreslået i (Elklit, Holdum og Klausen, 2024), og som lægger sig op ad 1948-loven, hvor hvert parti højst tildeles det antal kredsmandater, som dets samlede stemmeandel berettiger til.

Dette studie åbner for en lignende analyse af SL-metoden, hvis asymptotiske bias blev undersøgt på enkeltkredsniveau i (Janson, 2014) og som benyttes i nederste niveau i f.eks. Sverige og Norge, hvor kredsmandaternes endelighed også har været i spil (Ramírez-González et. al., 2014). Da SL-metoden har mindre bias, spiller fluktuationer en større rolle, hvorfor analysen bliver sværere at gennemføre.

Taksigelser

Tak til [Blændet] for mange valglovsdiskussioner og kommentarer, [Blændet] for støtte, Svend Krøjer Møller for grafisk vejledning, Claude Code for støtte til kode og grafik og [Blændet] for at hjælpe med at gøre kode og data nemmere tilgængelig for fremtidig brug. Projektet blev støttet af [Blændet].

Bilag A. Sandsynligheden for overrepræsentation

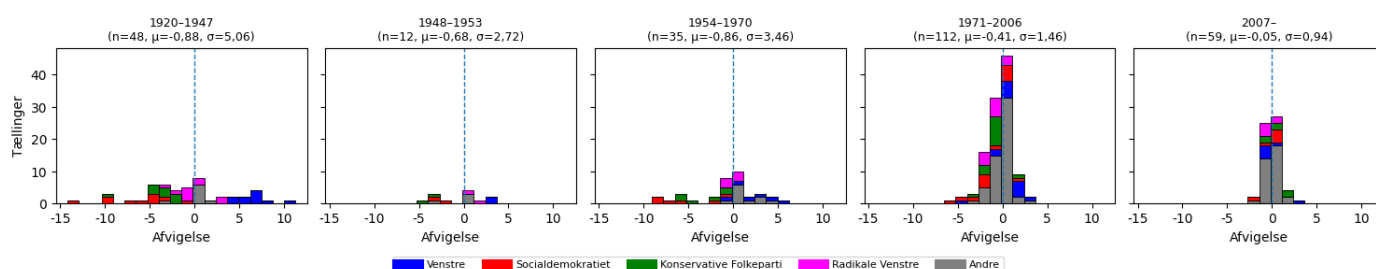
Lad som i afsnit 2.3 variabelen p betegne stemmeandelen for et (stort) parti og antag at n partier får mindst 2% af stemmerne. Det forventede antal kredsmandater fra biasformlen for partiet er $pk + \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n})$ og det forventede antal mandater i SBM er $(k + T)p$. Et partis samlede antal af kredsmandater givet deres samlede stemmetal kan opfattes som uafhængige i hver af de c storkredse, hvis sum kan modelleres med en normalfordeling med middelværdi $pk + \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n})$ og ukendt standardafvigelse σ . Under den antagelse kan sandsynligheden udregnes¹³:

$$\text{sandsynlighed for overrepræsentation} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{pT}^{\infty} e^{-\frac{(x - \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n}))^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (1)$$

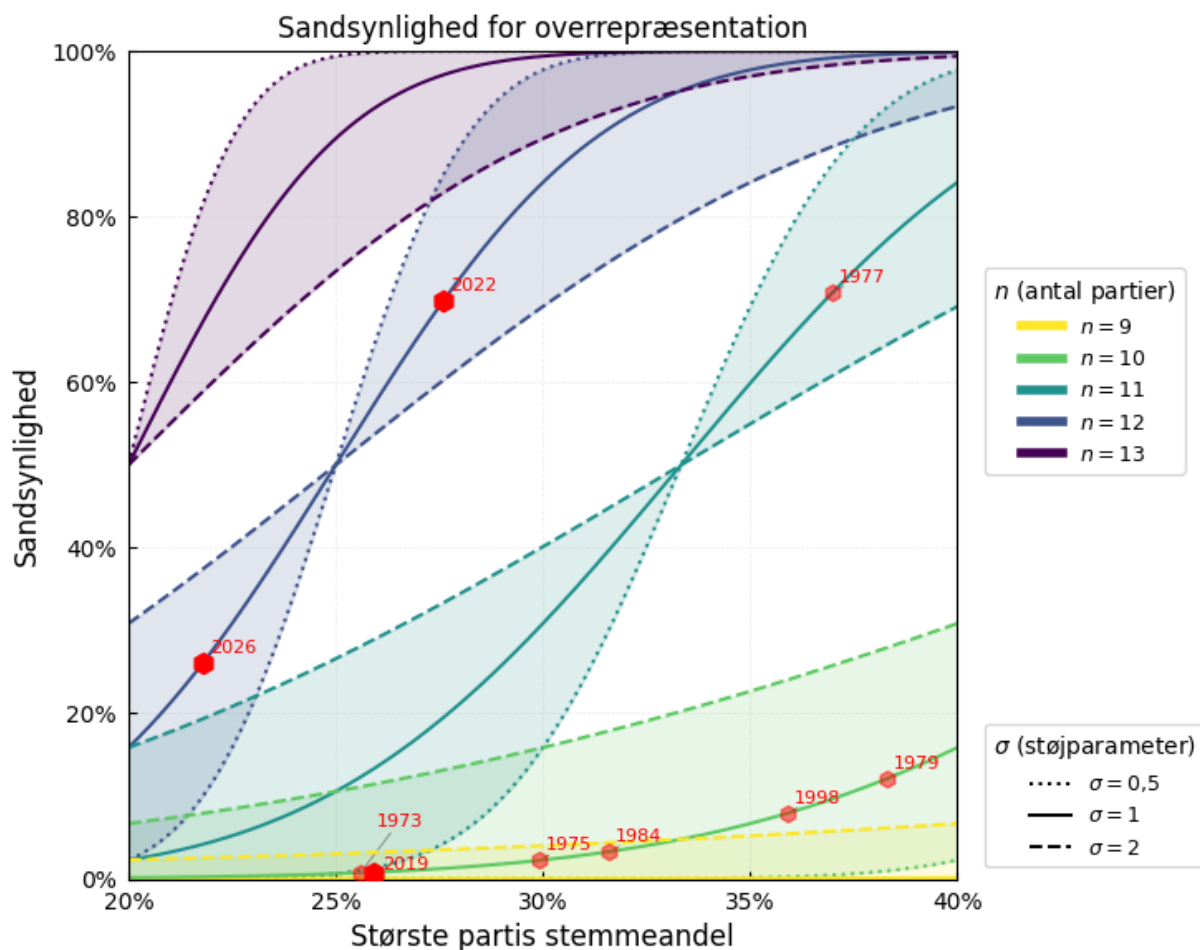
Normalfordelingsantagelsen giver også en formel for den forventede overrepræsentation:

$$\text{forventet overrepræsentation} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{pT}^{\infty} (x - pT) e^{-\frac{(x - pT)^2}{2\sigma^2}} dx \quad (2)$$

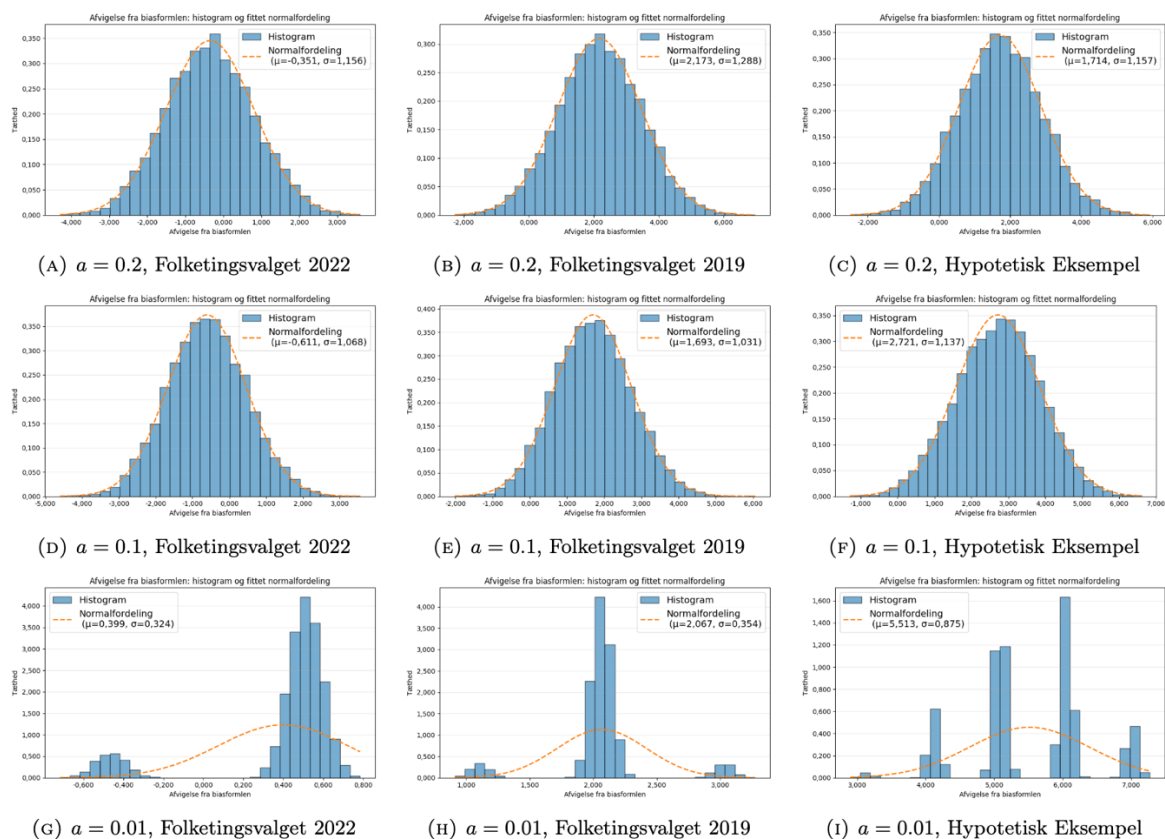
Det eneste, der udestår, er at fastsætte standardafvigelsen σ . Histogrammet over biasformlen i Figur 5 viser, at $\sigma \approx 1$ siden 2007. En alternativ tilgang til at estimere standardafvigelsen er at perturbere resultaterne fra de seneste valg. Dette er gjort i Figur 6, og resultaterne er konsistente med $\sigma \approx 1$. I Figur 5 vælges $\sigma = 1$ og $\sigma = 2$. Figuren viser, hvordan overrepræsentation var forventelig i 2022, men ikke for de andre valg siden strukturreformen i 2007. Billedet er kvalitativt robust overfor ændringer i standardafvigelsen, men kvantitativt kan det ændre sig.



Figur 5: Histogrammer over biasformlens afvigelser over tid (som er illustreret i Figur 3). De fem histogrammer svarer til de 5 tidsperioder i Tabel 1.



Figur 6. Estimat af sandsynligheden for overrepræsentation givet et fast antal partier og størrelsen på det største parti. Plottet er for det nuværende danske valgsystem med $c = 10$, $T = 40$. Markerede punkter svarer til det største parti ved faktiske valg, hvor mindst 10 partier kom over spærregrensen (altid Socialdemokratiet). Bemærk at valgene før 2007 ikke er direkte sammenlignelige. Støjparameteren σ er valgt til 1 for den fuldt optrukne linje, men det er illustreret hvordan sandsynligheden ville ændre sig hvis σ ændrede sig.

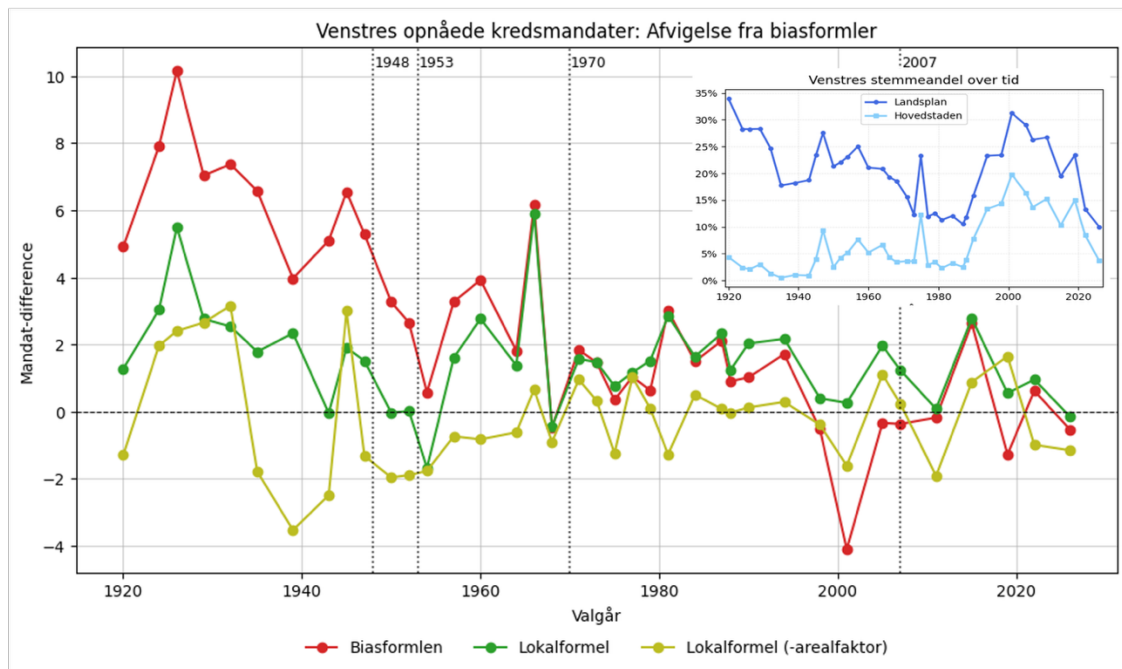


Figur 7. Histogrammer over fejlen i biasformlen for Socialdemokratiet ved valget i 2019, 2022 og det hypotetiske eksempel fra (Elklit, Holdum og Klausen, 2025) og tre forskellige niveauer af tilfældig støj i stemmetallene i storkredsene. Stemmetallene ganges med et uniformt tilfældigt tal mellem $1-a$ og $1+a$, hvorefter der normaliseres så det samlede stemmetal i hver storkreds forbliver konstant. Simulationerne gentages 10.000 gange, og der fittes en normalfordeling til det observerede.

Bilag B. Hvordan kunne Venstre blive overrepræsenteret i 1947 uden at være største parti?

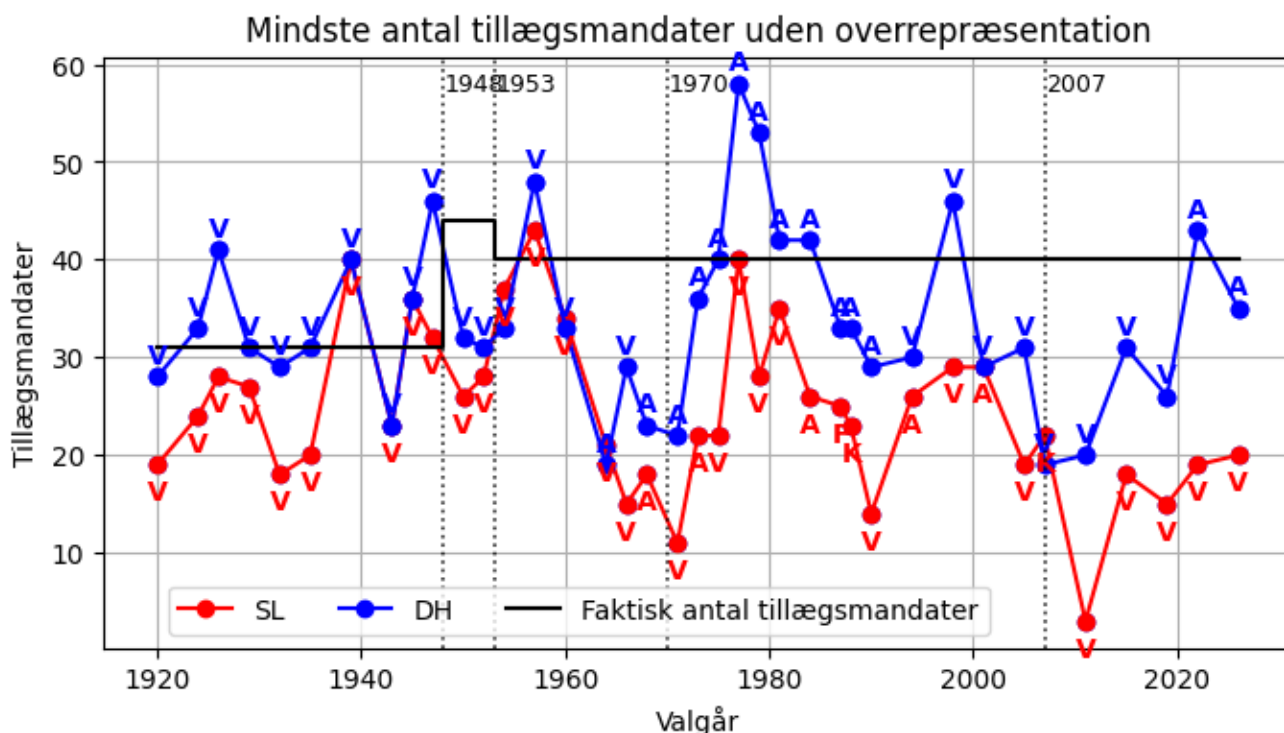
Ved valget i 1947 fik Venstre 27,6% af stemmerne mod Socialdemokratiets 40,0%. Alligevel var det Venstre der ved hjælp af den D'Hondtske favorisering af store partier endte med en overrepræsentation på 8 mandater. Det kan forstås ud fra arealfaktoren, en lokaliseringseffekt og separatopstillingen af Hovedstadens Venstre.

Arefaktoren betyder, at tyndtbefolkede storkredse (med meget areal i forhold til indbyggertal) får relativt flere kredsmandater end vælgertallet tilsiger dem, se (Elklit, 2023). I dansk kontekst betyder det først og fremmest at København får relativt færre kredsmandater (og samtidig var fordelingen af kredsmandater på storkredse i 1947 ikke blevet justeret i 27 år (Elklit, 2023)). Effekten af arealfaktoren undersøges ved at opgøre valgene i de samme storkredse, men hvor kredsmandaterne er fordelt udelukkende ud fra stemmetallet. Figur 8 viser, at arealfaktoren kan forklare det meste af biasformlens afvigelse.

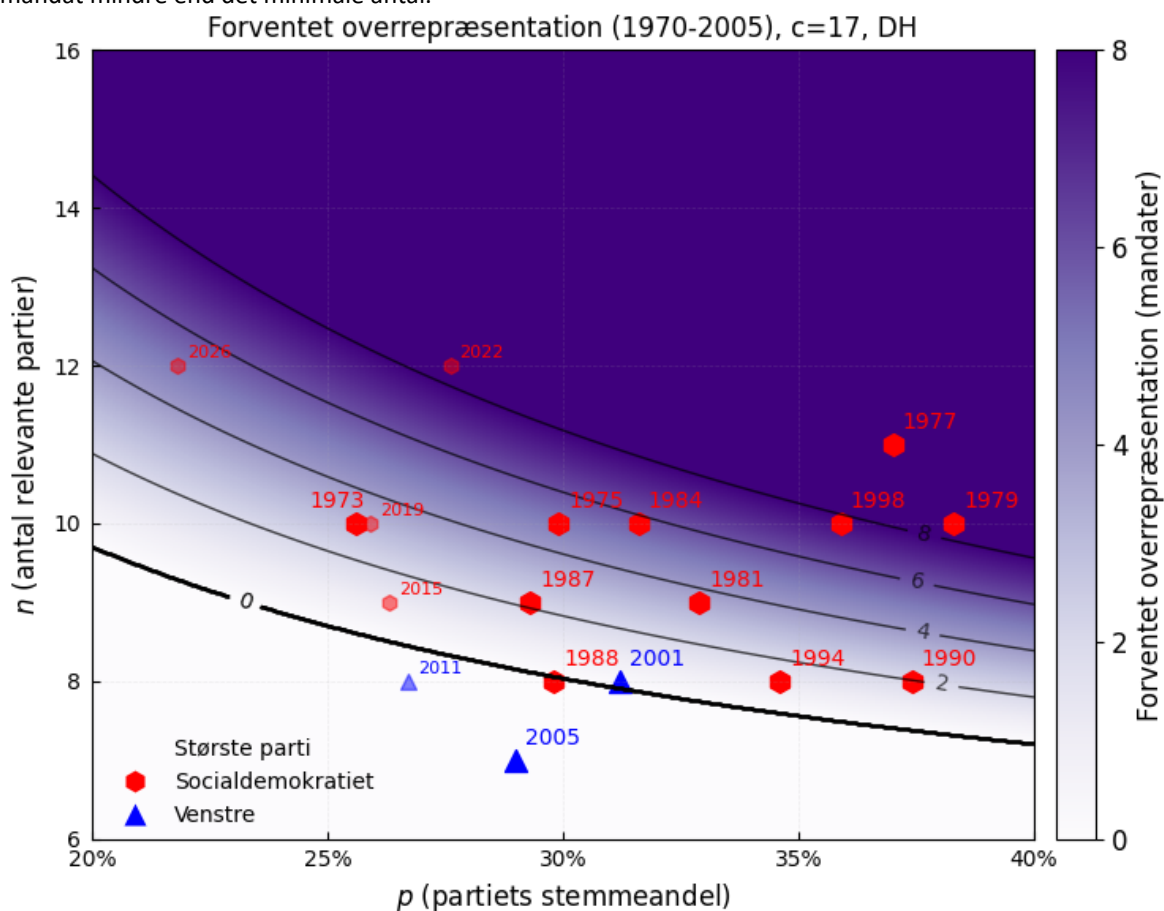


Figur 8. Undersøgelse af årsagerne til at Venstre systematisk fik flere kredsmandater under fiktiv anvendelse af den D'Hondtske metode end biasformlen forudsiger indtil 1970. Bemærk hvordan afvigelserne siden Kommunalreformen i 1970 har været begrænsede. Indsat: Venstres andel af stemmerne i Hovedstaden og på landsplan over tid.

Lokaliseringseffekten forklares bedst ud fra biasformlen. Hvis man deri sætter et partis stemmetal til 0, forudsiger formelen, at partiet vil få $-c/2$ kredsmandater, det vil sige $-1/2$ kredsmandat per kreds! Derfor kan formelen ikke bruges¹⁴ på partier, der er meget for små til at opnå et kredsmandat. Dette var netop tilfældet for Venstre i Hovedstaden, der ved valgene i mellemkrigstiden fik meget få stemmer i Hovedstadens storkredse, se Figur 8. Størrelsen af denne effekt kan kvantificeres ved at opstille en *lokalformel*. Den består i at dele landet op i to, Hovedstaden og resten. Biasformlen benyttes separat i hver del af landet, men med den ændring at negative tal sættes til 0. Som det er illustreret i Figur 8 passer lokalformlen generelt bedre på Venstre. Fjernes arealfaktoren også, tyder det på, at lokalformlen er helt uden systematisk bias for Venstre i hele perioden 1920-2022. Fluktuationen er blevet mindre over tid, blandt andet fordi arealfaktoren har fået mindre betydning. Tilsammen forklarer lokaliseringseffekten og arealfaktoren altså hvorfor biasformlen passer meget dårligt på Venstre i perioden 1920 til 1970.



Figur 9. Fiktivt antal nødvendige tillægsmandater for at undgå overrepræsentation. Kredsmandaterne er fordelt både med DH (blå) og SL (rød). Partibogstaverne indikerer det parti, der ville være overrepræsenteret, hvis der havde været et tillægsmandat mindre end det minimale antal.



Figur 10. Illustration af formelen (forventet overrepræsentation) for valgsystemet i perioden 1970-2005 ($c = 17$, $T = 40$) med kontrafaktisk brug af den D'Hondtske metode. Fordi c er større, forventes overrepræsentation langt nemmere end i det nuværende danske valgsystem (Figur 4). Fordi biasformlen var mindre præcis før 2006 og systematisk

undervurderede Socialdemokratiet (se Figur 3) er der en væsentlig diskrepans sammenlignet med Figur 2, hvor mandaterne fordeles i de daværende storkredsene med DH.

Bilag C. Datagrundlag

Den danske valgdata blev downloadet fra databasen THEA (Kollman m.fl., 2024) og herefter rensset. F.eks. er kun septembervalget i 1920 medtaget og de to valg i 1953 under to forskellige valglove bogføres som henholdsvis 1952 (aprilvalget) og 1954 (septembervalget). Enkelte mangler er rettet, f.eks. at Retsforbundet i 1977 og 1979, samt Kristeligt Folkeparti i 1998 ikke længere er under "Others". Andre mangler er ikke rettet, f.eks. Jakob Haugaards valg i 1994 og at Hovedstadens Venstre ikke står listet som separat parti. Det må antages, at databasens data kommer fra opgørelserne over folketingsvalg fra Danmarks Statistik og Indenrigsministeriet som er digitaliseret af Danmarks Statistik (Danmarks Statistik, 1920-2022) med støtte fra A.P. Møller Fonden. Da valgårene 2022 og 2026 ikke var i dataen, er de tilføjet manuelt ved hjælp af Indenrigsministeriets opgørelse. Fordelingen af kredsmandaterne i storkredsene over tid er fra Wikipedia (Gust Justice, 2025) og de kommer igen fra opgørelserne. En rensset CSV-fil med dataen og koden der genererer figurerne kan tilgås på GitHub [Blændet].

Noter

¹Der var $n = 12$ partier i Folketinget, dvs. p skal være større end $\frac{1}{12-8} = \frac{1}{4} = 25\%$ før overrepræsentation kan forventes.

²Med SL-metoden menes gennem hele artiklen og alle grafer den modificerede SL-metode, hvor den første divisor er 1,4.

³Formlen kan også udledes ved antage det asymptotiske resultat (Janson, 2014, Theorem 3.4) i hver kreds.

⁴Det vil sige antallet af partier som er i spil til at opnå et kredsmandat. (Flis, Słomczyński og Stolicki, 2020) definerer n på en kompliceret måde, der tillader dem at bevise formelen i nogle idealiserede tilfælde (Boratyn, Słomczyński og Stolicki, 2018)

⁵Ved valget i 2022 fik Venstre mandatet med 4635 stemmer, og havde de fået 275 stemmer færre ville mandatet være gået til Socialdemokratiet, som dermed ville være blevet overrepræsenteret med 2 mandater (Danmarks Statistik, 1920-2022).

⁶Da afvigelse er regnet i mandater og ikke i procent og antallet af mandater er steget, er faldet i standardafvigelse endnu større end antydnet i Figur 3.

⁷Her antages at største brøks metode fordeler mandaterne proportionalt. Det er bevist i den asymptotiske grænse i (Janson, 2014, Theorem 3.11). Men antagelsen diskuteres, f.eks. hvis der er mange partier under spærregrensen.

⁸Bemærk hvordan k går ud i udregningen $p^k + \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n}) - p(T + k)$.

⁹Da datagrundlaget ikke var digitaliseret i 2006, var valget i 1977 ikke medtaget i analysen, men på grund af de systematiske bias, der skyldes arealfaktoren (fire mandater i 1977, som det ses i Figur 3), er det tvivlsomt, at det ville have ændret analysen.

¹⁰Flytningen af den socialdemokratiske vælgerbase fra by til land er en medvirkende årsag hertil.

¹¹Så længe der ikke kommer stærke regionale partier, der kan mudre billedet, som det var tilfældet med Venstre indtil 1970.

¹²Se f.eks. på de konservative i Figur 2 og illustrationen af hvor mange tillægsmandater der ville have været nødvendige for at undgå overrepræsentation med SL-metoden i Figur 9. Så længe parlamentets størrelse er fast, er det umuligt altid at have både endelighed og proportionalitet, se (Holdum og Klausen, 2024).

¹³Her er integralet forskudt med pk . Her og i det følgende tages der ikke højde for at mandaterne er heltallige. I praksis foregår både en afrunding når kredsmandaterne skal fordeles og der foregår en "afrunding" i største brøks metode. Selvom et parti får et bias som er større pT betyder det ikke nødvendigvis at parti overrepræsenteres, hvis de samtidig får rundet deres brøk op i beregningen i største brøks metode.

¹⁴Det er også derfor n er en lidt uigennemskuelig størrelse som ikke er lig med antallet af partier i (Flis, Słomczyński og Stolicki, 2020).

Litteratur

- Boratyn, Daria, Wojciech Słomczyński og Dariusz Stolicki (2018). "Seat Allocation and Seat Bias under the Jefferson–D'Hondt Method". I: *arXiv preprint arXiv:1805.08291*.
- Danmarks Statistik (1920-2022). *Statistiske Meddelelser, historisk publikation* url: <https://www.dst.dk/pubomtale/20215>.
- Elklit, Jørgen (2006). "Undersøgelse af virkningerne af at indføre den d'Hondtske metode ved fordelingen af kredsmandater i de ti planlagte storkredse". Notat.
- Elklit, Jørgen (2020). "Fair and Well-Functioning". I: *The Oxford Handbook of Danish Politics*, s. 56.
- Elklit, Jørgen (2023). "Hvad er folketingsvalglovens arealfaktor?" I: *Samfundsøkonomen* 2023.1, s. 63–68.
- Elklit, Jørgen (2024). "Fortællingen om Socialdemokratiets 50. mandat". I: *In: Kasper Møller Hansen and Rune Stubager (eds.), Partiledernes kamp om midten. Folketingsvalget 2022, pp. 541-557*. Djøf Forlag.
- Elklit, Jørgen (2025). *d'Hondts fordelingsmetode*. Lex, lex.dk. Hentet fra https://lex.dk/d'Hondts_fordelingsmetode, 16. november 2025.
- Elklit, Jørgen, Sebastian Holdum og Frederik Ravn Klausen (2024). "Forslag til justering af folketingsvalgloven". Upubliceret notat <https://frederikravnklausen.github.io/Documents/Forslag.pdf>.
- Elklit, Jørgen, Sebastian Holdum og Frederik Ravn Klausen (2025). "Hvad er der galt med forholdsmæssigheden i folketingsvalgloven-og hvad kan man gøre ved det?" I: *Politica*.
- Flis, Jarosław, Wojciech Słomczyński og Dariusz Stolicki (2020). "Pot and ladle: a formula for estimating the distribution of seats under the Jefferson–D'Hondt method". I: *Public Choice* 182.1, s. 201–227.
- Gallagher, Michael (1991). "Proportionality, disproportionality and electoral systems". I: *Electoral studies* 10.1, s. 33–51.
- Gallagher, Michael, and Paul Mitchell (2018). "Dimensions of variation in electoral systems." *The Oxford handbook of electoral systems* : 23-40.
- Gust Justice (2025). *Wikimedia Commons User Page – "Denmark" section*. Wikimedia Commons: User:Gust Justice#Denmark. Tilgået: 8 September 2025. url: https://commons.wikimedia.org/wiki/User:Gust_Justice%5C#Denmark.
- Holdum, Sebastian Tim og Frederik Ravn Klausen (2024). "Impossibility Theorem for Two-Tier Electoral Systems". Preprint, available at <https://frederikravnklausen.github.io/Documents/Imposs.pdf>.
- Janson, Svante (2014). "Asymptotic bias of some election methods". I: *Annals of Operations Research* 215.1, s. 89–136.
- Kollman, Ken, Allen Hicken, Daniele Caramani, David Backer og David Lublin (2024). *Constituency-Level Elections Archive*. Data set and codebook. Producer and distributor. Ann Arbor, MI. url: <http://www.electiondataarchive.org>.

- Pólya, Georg (1919). "Proportionalwahl und wahrscheinlichkeitsrechnung". I: *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft/Journal of Institutional and Theoretical Economics* H. 3, s. 297–322.
- V. Ramírez-González, B. L. Delgado-Márquez, A. Palomares, and A. López-Carmona. Evaluation and possible improvements of the Swedish electoral system. *Annals of Operations Research*, 215:285–307, 2014.
- Rønne, Anders Ellekjær (2025). *En særlig regel gav Socialdemokratiet et ekstra mandat i 2022 – nu vil stort antal partier ændre den*. <https://www.altinget.dk/artikel/en-saerlig-regel-gav-socialdemokratiet-et-ekstra-mandat-i-2022-nu-vilstort-antal-partier-aendre-den>, sidst Tilgået 8.September 2025. url: <https://www.altinget.dk/artikel/ensaerlig-regel-gav-socialdemokratiet-et-ekstra-mandat-i-2022-nu-vil-stort-antal-partieraendre-den>.
- Schuster, Karsten, Friedrich Pukelsheim, Mathias Drton og Norman R Draper (2003). "Seat biases of apportionment methods for proportional representation". I: *Electoral Studies* 22.4, s. 651–676.
- Taagepera, Rein (2007). *Predicting party sizes: The logic of simple electoral systems*. OUP Oxford.
- Valmyndigheten (The Swedish Election Authority). Mandatfördelning, 2025. url: <https://www.val.se/download/18.162047b519a91d05331183a9/1761747515752/manual-mandatfordelning-val-v785-05.pdf>, Tilgået 9.maj 2026.