

SANDSYNLIGHEDEN FOR OVERREPRÆSENTATION VED FOLKETINGSVALG

FREDERIK RAVN KLAUSEN

RESUMÉ. Folketingsvalglovens §77, stk. 4, sikrede Socialdemokratiet det afgørende mandat ved Folketingsvalget i 2022, fordi ét kredsmandat ikke kunne udjævnes af tillægsmandater. Hvor stor er sandsynligheden for, at noget tilsvarende sker igen – måske med flere mandater?

Kvalitativt er det velkendt, at risikoen for overrepræsentation af denne type øges med antallet af partier over spærregrænsen og med størrelsen af det største parti. Her gives et kvantitativt svar. Dertil undersøges en formel for det forventede bias for et d'Hondtsk et-niveau-system i dansk kontekst. Tillægsmandaterne udligner langt det meste bias, og det kvantificeres hvor meget. Sandsynligheden for og den forventede størrelse af den overrepræsentation, der ikke kan udjævnes af tillægsmandater, estimeres for et givet antal af partier over spærregrænsen og en given stemmeandel for det største parti.

Analysen viser, at udfaldet ved valget i 2022 ikke skyldtes usædvanligt socialdemokratisk held; resultatet lå inden for det forventede, givet det konkrete partimønster. Konklusionerne er dermed yderst relevante for den igangværende politiske proces om justering af valgloven.

1. INTRODUKTION

Det danske valgsystem er generelt set velfungerende [Elklit, 2020]. Det sikrer høj grad af forholdsmæssighed og geografisk repræsentation, men ved folketingsvalget i 2022 blev et parti, for første gang siden 1947, større end proportionaliteten, som største brøks metode (SBM) tilsiger [Elklit, 2024]. Socialdemokratiet fik ét ekstra, afgørende mandat. Her undersøges kvantitativt, om Socialdemokratiets resultat i 2022 skyldtes usædvanligt held i alle ti storkredse, eller om lignende ujævnheder i proportionaliteten må forventes at opstå ved kommende folketingsvalg.

Det danske valgsystem har to niveauer. Først fordeles kredsmandaterne i ti storkredse med den d'Hondtske metode, dernæst udregnes de samlede mandattal med største brøks metode, og tillægsmandaterne er forskellen. Som regel er beregningen endelig, men hvis et parti har fået flere kredsmandater end deres samlede mandattal, siges partiet at være blevet *overrepræsenteret*. Partiet beholder alle sine kredsmandater; de er *endelige*. Hvis tilstrækkeligt mange partier kommer over spærregrænsen, kan overrepræsentation opstå, uanset hvilken metode kredsmandaterne fordeles efter [Holdum and Klausen, 2024], men da den d'Hondtske metode favoriserer de store partier, og fordelene akkumuleres på tværs af storkredse, opstår overrepræsentationen nemmere end med andre metoder. Den d'Hondtske bonus og dermed sandsynligheden for overrepræsentation bliver større med antallet af partier. Analysen nedenfor udleder, at overrepræsentation, som tommelfingerregel, vil opstå, når

$$p(n - 2T/c) > 1, \quad (\text{overrepræsentationskriterium})$$

hvor p er stemmeprocenten for det største parti, n er antallet af partier over spærregrænsen, $T = 40$ er antallet af tillægsmandater, og $c = 10$ er antallet af storkredse. I 2022 opnåede 12 partier repræsentation i Folketinget, hvilket ifølge tommelfingerreglen betyder, at overrepræsentation forventes, hvis et parti får 25% af stemmerne eller mere¹.

Siden valget i 2022 har det vist sig, at mandatfordelingsalgoritmen ikke er veldefineret i alle tilfælde [Elklit et al., 2025]. Også her kunne man spørge, hvad risikoen for, at et sådant scenarie opstår, er. Selvom resultatet er et skridt på vejen til, at vurdere denne sandsynlighed, kan metoden ikke anvendes, da den kun omfatter ét overrepræsenteret parti. I sommeren 2025 blev det rapporteret, at et flertal i Folketinget var klar til at ændre valgloven, således at kredsmandaternes endelighed ophører [Rønne, 2025]. Dette studies kvantificering af problematikken er central for den dertil hørende politiske drøftelse.

1.1. Tillægsmandaternes fordeling over tid. Det danske valgsystem har ændret sig over tid, se Tabel 1. Antallet af storkredse er faldet, og metoden til fordeling af kredsmandater er skiftet fra den *d'Hondtske* (DH) til *Sainte-Lagué*² (SL) og tilbage til DH. DH favoriserer som bekendt de store partier mere end SL-metoden [Pólya, 1919, Schuster et al., 2003, Janson, 2014], som det også ses i Figur 1, der afbilder, hvor mange tillægsmandater tre af de fire gamle partier ville have fået ved alle valg siden 1920 med begge metoder.

På figuren springer Venstre i øjnene, og de blev da også overrepræsenteret ved en række valg indtil 1947. Bemærk også valget i 1977, hvor Socialdemokratiet med Anker Jørgensen i spidsen opnåede 37.0%, og det næststørste parti var Fremskridtspartiet med 14.6%. Var den d'Hondtske (DH) metode blevet anvendt, var liste A blevet overrepræsenteret ved dette og de følgende tre valg. Selv med SL-metoden var det lige ved at gå galt i 1977, idet hverken Socialdemokratiet eller Fremskridtspartiet fik tillægsmandater i beregningen [Danmarks Statistik, 2022].

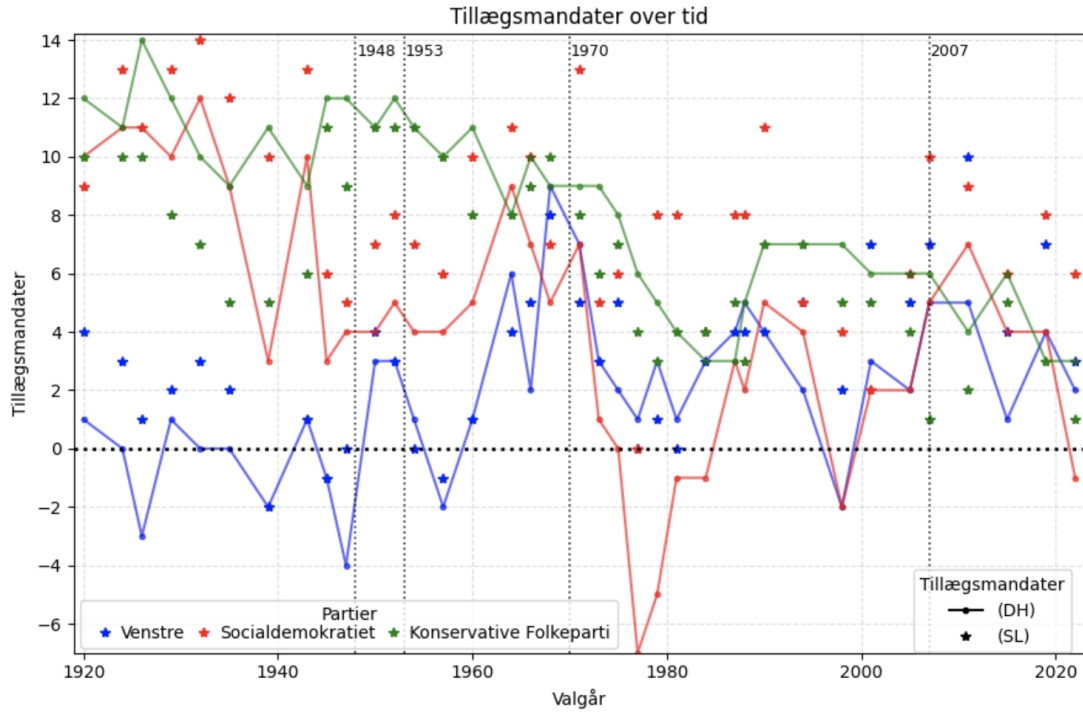
¹Socialdemokratiet fik 27.6% af stemmerne ved Folketingsvalget i 2022.

²Med SL-metoden menes gennem hele artiklen og alle grafer den modificerede SL-metode, hvor den første divisor er 1.4.

Periode (lovændring)	Antal kredse c	Kredsmandater k	Tillægsmandater T	Metoden i kredsene
1920–1947 (valglov)	23	117	31	DH
1948–1953 (ændring 1948)	23	105	44	DH ^a
1953–1970 (valglov 1953)	23	135	40	SL
1971–2006 (kommunalreform)	17	135	40	SL
2007– (strukturereform)	10	135	40	DH

TABEL 1. Danske valgsystemer fra september 1920: antal kredse, kredsmandater og tillægsmandater (uden Færøerne og Grønland). Fra 1953 har Danmark haft 135 kredsmandater og 40 tillægsmandater, og siden 2007 er landet inddelt i 10 storkredse.

^aKredsmandaterne var ikke endelige i 1948-loven.



FIGUR 1. De tre af de fire gamle partiers tillægsmandater^a over tid, hvor kredsmandaterne fordeles med den d'Hondtske metode (punkter) og SL-metoden (stjerner). Der er brugt en spærregrænse på 2% for alle valg, hvilket betyder enkelte afvigelser^b sammenlignet med de faktiske valgresultater.

^aI første beregning efter det der nu er valglovens §77, stk. 2.

^bFra 1953 til 1961 var spærregrænsen 60000 stemmer og ikke 2%. Denne forskel betød, at partiet "De Uafhængige", der heller ikke fik nogen kredsmandater, ikke opnåede repræsentation. Hvis spærregrænsen i stedet havde været 2%, var Venstre blevet overrepræsenteret ved valget i 1957. Ved samme valg fik Slesvigsk parti et kredsmandat i Sydjylland. Dette mandat var afgørende for at Venstre ikke blev overrepræsenteret. I SBM-beregningen fik Slesvigsk parti rundet 0.71 op til 1, hvilket betød at partiet hverken opnåede tillægsmandater eller blev overrepræsenteret.

2. DET SAMLEDE BIAS OG HVAD TILLÆGSMANDATERNE KAN UDJÆVNE

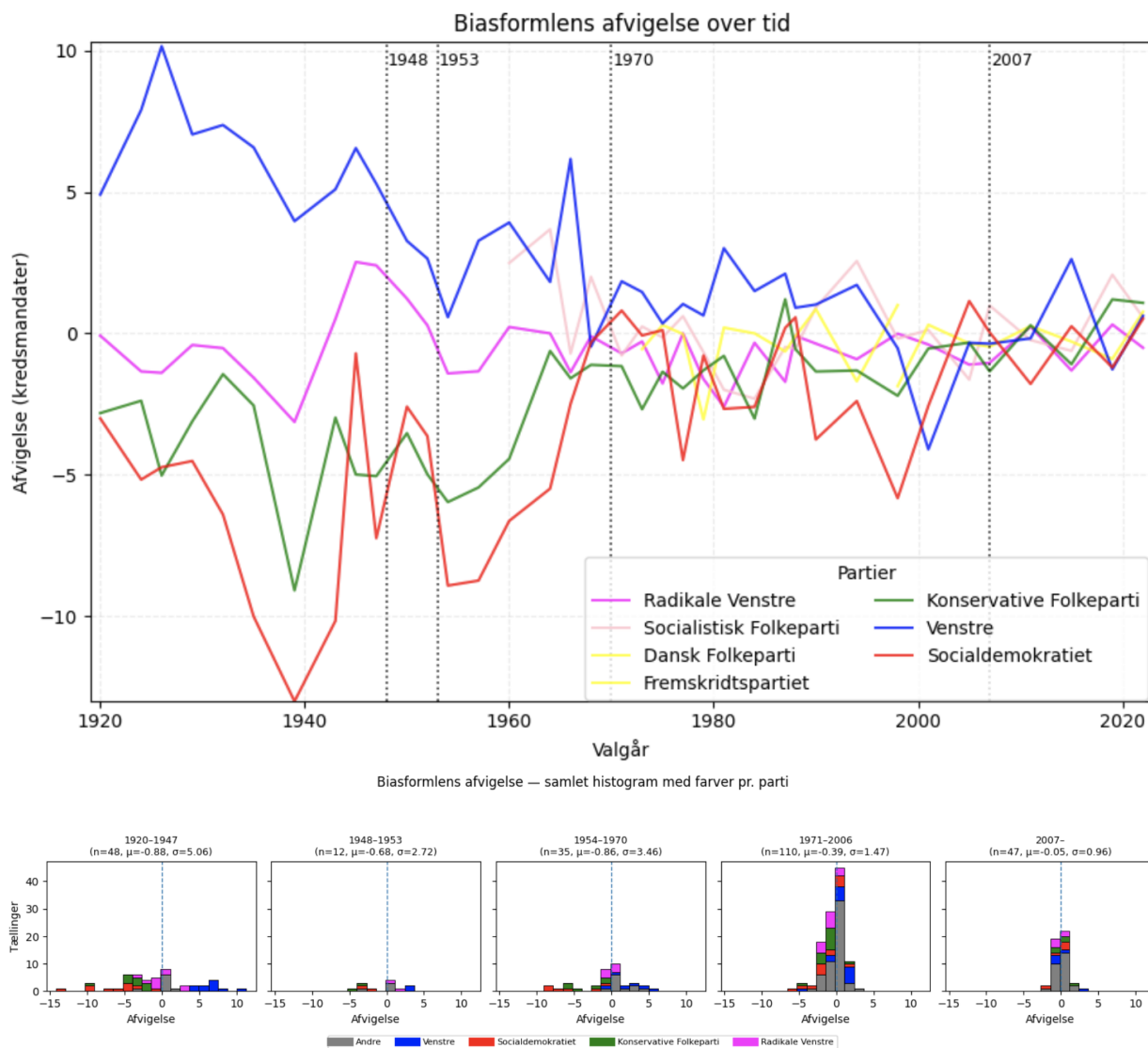
2.1. Det forventede bias for den d'Hondtske metode. Lad k være det samlede antal kredsmandater og T antallet af tillægsmandater, hvorved det samlede mandattal er $k + T$. Lad endvidere c være antallet af storkredse. For det nuværende danske valgsystem er $k = 135$, $T = 40$ og $c = 10$, jf. Tabel 1. En empirisk **biasformel** fra³ i [Flis et al., 2020] beskriver, at for et d'Hondtsk et-niveau system (dvs. kredsmandaterne i Danmark) kan et parti med stemmeandel p forvente følgende antal kredsmandater:

$$pk + \frac{cn}{2} \left(p - \frac{1}{n} \right), \quad (\text{biasformlen})$$

hvor n er antallet af såkaldt relevante partier⁴. Som det danske system er indrettet, kan n defineres som antallet af partier, der opnår mindst 2% af stemmerne. Det ses af den empiriske undersøgelse i det følgende at denne definition er meningsfuld.

³Formlen kan også udledes ved antage det asymptotiske resultat [Janson, 2014, Theorem 3.4] i hver kreds.

⁴Det vil sige antallet af partier som er i spil til at opnå et kredsmandat. [Flis et al., 2020] har en kompliceret formel, der tillader dem at bevise formelen i nogle idealiserede tilfælde [Boratyn et al., 2018]



FIGUR 2. Undersøgelse af præcisionen for (biasformlen) over tid for en række relevante partier. For hvert parti og hvert valg er forskellen på hvor mange kredsmandater partiet fik, og hvor mange de kunne forvente ud fra den samlede stemmeandel plottet. Bemærk hvordan Venstre indtil 1998 systematisk fik flere kredsmandater end formlen tilskriver (hvilket bl.a. skyldtes arealfaktoren, se Bilag B). Indtegnet er også de fire valglovsændringer, der generelt har ført til lavere afvigelser, som det kan ses i histogrammerne over afvigelserne i de forskellige perioder nederst.

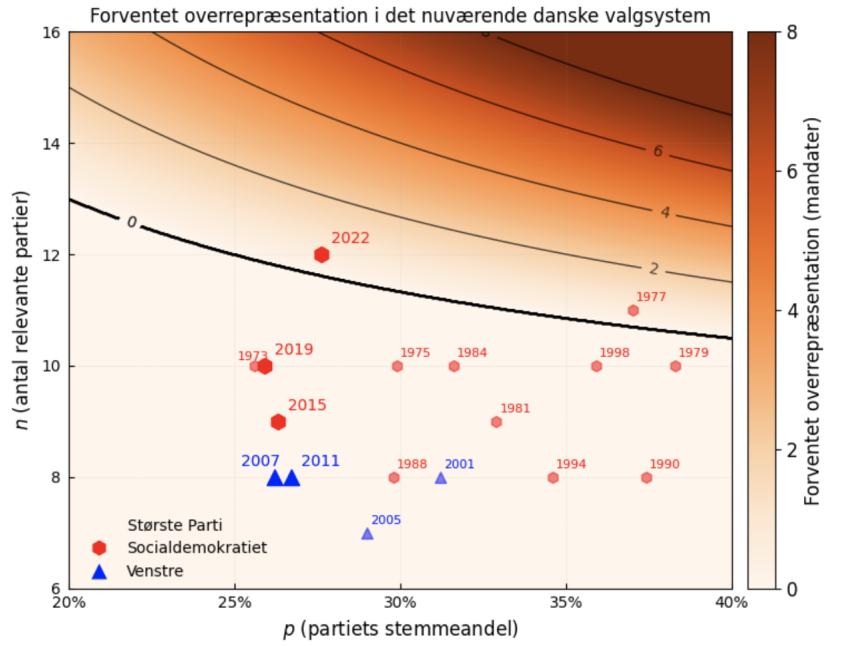
Noter: i) Der arbejdes med en spærregrænse på 2% hele vejen igennem (selvom spærregrænsen før 1961 var anderledes). ii) Antallet af kredsmandater har ikke været konstant over tid (jf. Tabel 1). iii) I perioden 1953-2007 blev SL-metoden brugt til fordeling af kredsmandaterne, men i grafikken er der tale om kontrafaktisk brug af den d'Hondtske metode. Datagrundlaget uddybes i Bilag C.

Hvis fordelingen af kredsmandater var forholdsmæssig, ville partiet kunne forvente ca. pk kredsmandater, svarende til formelens første led. Det andet led beskriver den d'Hondtske metodes bias, heraf navnet biasformlen. Bemærk at hvis p bliver større stiger biaset, hvilket altså beskriver, hvordan DH favoriserer de store partier (og at alle partier der er større end den gennemsnitlige partistørrelse $1/n$ kan forvente at få en bonus). Samtidig vokser biaset med antallet af partier, n , og med antallet af storkredse c , hvilket illustrerer det generelle mikro-mega princip, at små kredse favoriserer store partier [Taagepera, 2007].

I [Flis et al., 2020] er det beskrevet under hvilke antagelser formlen virker bedst, blandt andet at der ikke skal være små partier, der lokalt er meget stærke og at antallet af stemmer per storkreds skal være nogenlunde konstant. Under stærkere matematiske antagelser i den retning er det muligt at bevise formelen [Boratyn et al., 2018]. I stedet for at gå nærmere ind i antagelserne, undersøges i det følgende afsnit, hvor godt formelen har virket ved tidligere danske valg.

2.2. Empirisk test af biasformlen i det danske valgsystem (før tillægsmandater). Der er flere aspekter ved det danske valgsystem, som på papiret udfordrer (biasformlen): Et aspekt er arealfaktoren, som gør kredsmandaterne relativt billigere i storkredse med stort areal relativt til indbyggertal. Et andet er Bornholmerreglen: at der altid skal tilfalde Bornholm to kredsmandater. Disse mandater kan opnås med relativt få stemmer sammenlignet med de øvrige

FIGUR 3. Forventet overrepræsentation for et parti med stemmeandel p givet n relevante partier. Farveskalaen viser det forventede antal ekstra mandater, der ikke kan udjævnes af tillægsmandaterne, jf. (forventet overrepræsentation). Parametrene er sat til $c = 10$ og $T = 40$ svarende til de nuværende 10 storkredse og 40 tillægsmandater. De markerede punkter angiver det største parti ved faktiske folketingsvalg i perioden 1973–2022. Den fremhævede linje svarer til det beskrevne (overrepræsentationskriterium); over den vil man generelt forvente overrepræsentation. Figuren illustrerer hvordan udviklingen siden 2005 med stadigt flere partier er kommet stadigt tættere på overrepræsentation, før det så skete i 2022. Valgene 1973–2005 (markeret med mindre punkter), havde $c = 17$, se Tabel 1, for det tilsvarende plot for det daværende system se Figur 8.



kredsmandater⁵. Hvor meget disse to forhold betyder for validiteten af (biasformlen) undersøges empirisk i Figur 2, der viser forskellen på det faktiske antal kredsmandater med (DH) og (biasformlen) over tid. Formlen passer bedre og bedre efterhånden som kredsene er blevet større med reformerne i 1948, 1970 og 2007 (beskrevet i Tabel 1). Tidligere var der et systematisk bias, idet Venstre konsekvent fik flere kredsmandater end formlen forudsiger, men det bias er også blevet mindre over tid og næsten forsvundet (se Figur 6 og Bilag B).

Biasformlen har en standardafvigelse⁶ på under 1 mandat per parti ved alle valg siden 2007. Da antallet af kredsmandater er et helt tal, mens formlen producerer decimale værdier, må præcisionen vurderes som tæt på det teoretisk opnåelige. Formlen anvendes derfor som grundlag for den videre analyse.

Bilag B analyserer, hvorfor formlen i tidligere perioder afveg mere fra de observerede resultater. Valget i 1947 udgør en særlig velegnet case til at belyse formelns begrænsninger og de mekanismer, der kan forklare dens afvigelser. Venstres generelle merrepræsentation i forhold til formlen, som kan tilskrives arealfaktoren og en lokaliseringseffekt, diskuteres nærmere i Bilag B.

2.3. Hvor meget bias kan tillægsmandater udjævne? Hvis alle partier har fået mindst lige så mange mandater i største brøks metode, som de har fået kredsmandater, er der ingen overrepræsentation. Overrepræsentationen opstår når et parti får flere kredsmandater end mandater i største brøks metode. Da SBM er proportional⁷, er det forventede antal mandater for et parti med stemmeandel p ca. $(k + T)p$. Kombineret⁸ med (biasformlen), fås følgende bud på den forventede overrepræsentation:

$$\max\left\{\frac{cn}{2}\left(p - \frac{1}{n}\right) - Tp, 0\right\}. \quad (\text{forventet overrepræsentation})$$

Figur 3 er en grafisk repræsentation af formlen sammen med relevante folketingsvalg. Sammenholdt med billedet af hvor præcis biasformlen er blevet i Figur 2, giver Figur 3 en indikation af hvornår overrepræsentation kan forventes i det nuværende danske valgsystem. For kvantitativt at kunne beskrive sandsynligheden for overrepræsentation er det nødvendigt at kvantificere størrelsen på afvigelserne (biasformlen), se Bilag A.

Udtrykket i (forventet overrepræsentation) er positivt, når $p(n - 2T/c) > 1$. Dette kriterium giver en tommelfingerregel for hvornår overrepræsentation kan forventes. Med det nuværende danske valgsystem er $T = 40$, $c = 10$, giver det: $p \geq \frac{1}{n-8}$, hvilket som nævnt i introduktionen stemmer fint overens med valgresultatet i 2022.

På baggrund af tidligere valg⁹ konkluderede [Elklit, 2006], at overrepræsentation ville være yderst usandsynlig i det nye valgsystem. Når det alligevel skete, skyldes det både den markante stigning i antallet af partier i Folketinget, og at (biasformlen) er blevet mere præcis, se Figur 2. I perioden 1970–2005 skygger arealfaktoren for meget af det

⁵Ved valget i 2022 fik Venstre mandatet med 4635 stemmer, og havde de fået 275 stemmer færre ville mandatet være gået til Socialdemokratiet, som dermed ville være blevet overrepræsenteret med 2 mandater [Danmarks Statistik, 2022].

⁶Da afvigelserne er regnet i mandater og ikke i procent og antallet af mandater er steget, er effekten endnu stærkere end antydnet i Figur 2.

⁷Her antages at største brøks metode fordeler mandaterne proportionalt. Den antagelse kan diskuteres, f.eks. hvis der er mange partier under spærregrensen.

⁸Bemærk hvordan k går ud i udregningen $pk + \frac{cn}{2}\left(p - \frac{1}{n}\right) - p(T + k)$.

⁹Da datagrundlaget ikke var digitaliseret i 2006, var valget i 1977 ikke medtaget i analysen, men på grund af de systematiske bias, der skyldes arealfaktoren (fire mandater i 1977 i Figur 2), er det tvivlsomt, om det ville have ændret analysen.

d'Hondtske bias, som det, efter nutidens forhold, ofte stærke Socialdemokrati ellers ville have opnået¹⁰. Sammenlign også Figur 1 og Figur 8.

3. KONKLUSION OG VIDERE ARBEJDE

Biasformlen for d'Hondtske et-niveausystemer tilnærmer fordelingen af de danske kredsmandater godt, og kan udvides til præcist at forudsige den forventede overrepræsentation i to-niveau systemer. Formlerne viser, at valgresultatet i 2022 ikke skyldtes ekstraordinært socialdemokratisk held, men at det snarere var omtrent, hvad man kunne forvente, givet antallet af partier over spærregrensen og Socialdemokratiets stemmeandel. Analysen forudsiger, at der skal¹¹ være mindst 17 partier, før et parti med lidt under 30% af stemmerne kan forvente at få otte kredsmandater mere end i største brøks metode¹². Selv SL-metoden, der har mindre bias, vil kunne få problemer med at kombinere forholdsmæssighed med kredsmandaternes endelighed¹³, særligt når der er mange partier. Hvis man ønsker garanteret forholdsmæssighed, vil det derfor være det bedste at afskaffe kredsmandaternes endelighed, når hullerne beskrevet i [Elklit et al., 2025] alligevel skal lappes. Dette kunne f.eks. gøres ved at indføre det system, der blev foreslået i [Elklit et al., 2024], og som lægger sig op ad 1948-loven, hvor hvert parti højst tildeles det antal kredsmandater, som dets samlede stemmeandel berettiger til.

Studiet her åbner for en lignende analyse af SL-metoden, hvis asymptotiske bias blev undersøgt på enkeltkredsniveau i [Janson, 2014] og som benyttes i nederste niveau i f.eks. Sverige og Norge, hvor kredsmandaternes endelighed også har været i spil. Da SL-metoden har mindre bias, spiller fluktuationer en større rolle, hvorfor analysen bliver sværere at gennemføre.

TAKSIGELSER

Tak til Sebastian Holdum og Jørgen Elklit for mange valglovsdiskussioner og kommentarer, Carlsbergfondet CF24-0466 for støtte, Svend Krøjer Møller for grafisk vejledning og Peter Rasmussen for at hjælpe med at gøre kode og data nemmere tilgængelig for fremtidig brug.

LITTERATUR

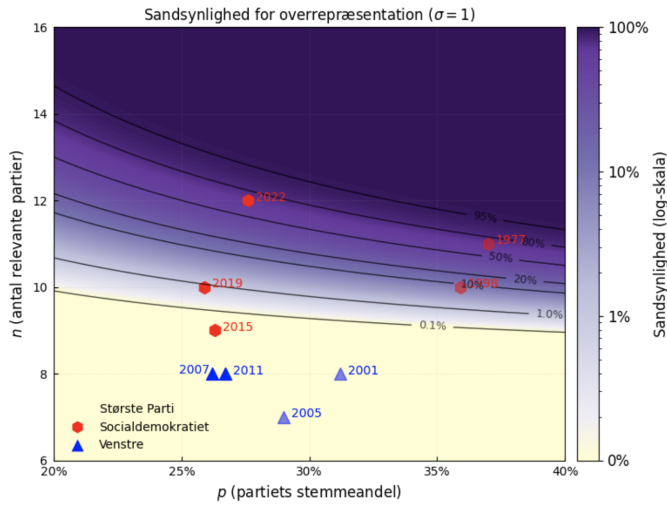
- [Boratyn et al., 2018] Boratyn, D., Słomczyński, W., and Stolicki, D. (2018). Seat Allocation and Seat Bias under the Jefferson–D’Hondt Method. *arXiv preprint arXiv:1805.08291*.
- [Danmarks Statistik, 2022] Danmarks Statistik (1920-2022). Statistiske meddelelser, historisk publikation.
- [Elklit, 2006] Elklit, J. (2006). Undersøgelse af virkningerne af at indføre den d’hondtske metode ved fordelingen af kredsmandater i de ti planlagte storkredse.
- [Elklit, 2020] Elklit, J. (2020). Fair and well-functioning. *The Oxford Handbook of Danish Politics*, page 56.
- [Elklit, 2023] Elklit, J. (2023). Hvad er folketingsvalglovens arealfaktor? *Samfundsøkonomen*, 2023(1):63–68.
- [Elklit, 2024] Elklit, J. (2024). Fortællingen om Socialdemokratiets 50. mandat. In *In: Kasper Møller Hansen and Rune Stubager (eds.), Partiledernes kamp om midten. Folketingsvalget 2022, pp. 541-557*. Djøf Forlag.
- [Elklit et al., 2024] Elklit, J., Holdum, S., and Klausen, F. R. (2024). Forslag til justering af folketingsvalgloven. Upubliceret notat <https://frederikravnklausen.github.io/Documents/Forslag.pdf>.
- [Elklit et al., 2025] Elklit, J., Holdum, S., and Klausen, F. R. (2025). Hvad er der galt med forholdsmæssigheden i folketingsvalgloven-og hvad kan man gøre ved det? *Under udgivelse i Politica*.
- [Flis et al., 2020] Flis, J., Słomczyński, W., and Stolicki, D. (2020). Pot and ladle: a formula for estimating the distribution of seats under the Jefferson–D’Hondt method. *Public Choice*, 182(1):201–227.
- [Gust Justice, 2025] Gust Justice (2025). Wikimedia commons user page – “denmark” section. Wikimedia Commons: User:Gust Justice#Denmark. Tilgået: 8 September 2025.
- [Holdum and Klausen, 2024] Holdum, S. T. and Klausen, F. R. (2024). Impossibility theorem for two-tier electoral systems. Preprint, available at <https://frederikravnklausen.github.io/Documents/Imposs.pdf>.
- [Janson, 2014] Janson, S. (2014). Asymptotic bias of some election methods. *Annals of Operations Research*, 215(1):89–136.
- [Klausen, 2025] Klausen, F. R. (2025). probability_of_overrepresentation. https://github.com/FrederikRavnKlausen/probability_of_overrepresentation. Repository.
- [Kollman et al., 2024] Kollman, K., Hicken, A., Caramani, D., Backer, D., and Lublin, D. (2024). Constituency-level elections archive. Data set and codebook. Producer and distributor.
- [Pólya, 1919] Pólya, G. (1919). Proportionalwahl und wahrscheinlichkeitsrechnung. *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft/Journal of Institutional and Theoretical Economics*, (H. 3):297–322.
- [Rytgaard, 2025] Rytgaard, N. (2025). S kan få otte mandater for meget til næste valg: Ekspert opfordrer til at ændre magtens matematik, inden det bliver helt mærkeligt. *Jyllands-Posten*. [Tilgået 9. september 2025].
- [Rønne, 2025] Rønne, A. E. (2025). En særlig regel gav socialdemokratiet et ekstra mandat i 2022 – nu vil stort antal partier ændre den. <https://www.altinget.dk/artikel/en-saerlig-regel-gav-socialdemokratiet-et-ekstra-mandat-i-2022-nu-vil-stort-antal-partier-aendre-den>, sidst Tilgået 8.September 2025.
- [Schuster et al., 2003] Schuster, K., Pukelsheim, F., Drton, M., and Draper, N. R. (2003). Seat biases of apportionment methods for proportional representation. *Electoral Studies*, 22(4):651–676.
- [Taagepera, 2007] Taagepera, R. (2007). *Predicting party sizes: The logic of simple electoral systems*. OUP Oxford.

¹⁰Flytningen af den socialdemokratiske vælgerbase fra by til land er en medvirkende årsag hertil.

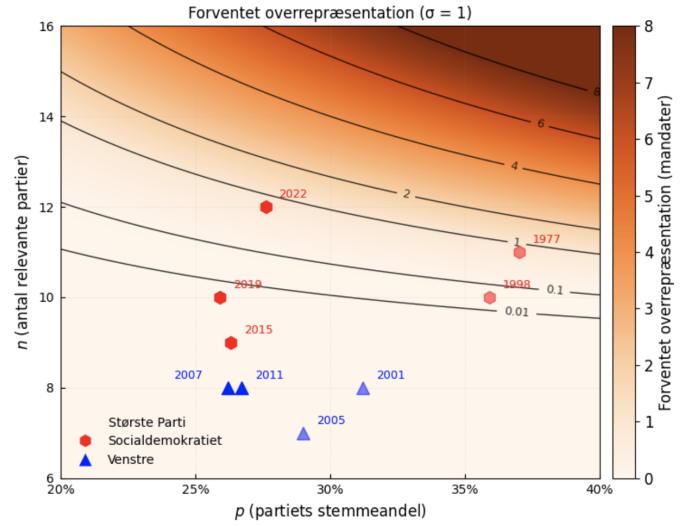
¹¹Så længe der ikke kommer stærke regionale partier, der kan mudre billedet, som det var tilfældet med Venstre indtil 1970.

¹²Valgt fordi otte mandater blev brugt som eksempel i [Rytgaard, 2025].

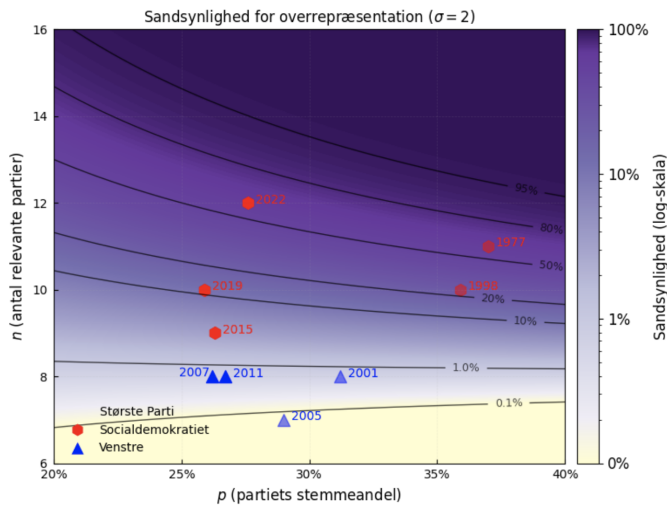
¹³Se f.eks. på de konservative i Figur 1 og illustrationen af hvor mange tillægsmandater der ville have været nødvendige for at undgå overrepræsentation med SL-metoden i Figur 7.Så længe parlamentets størrelse er fast, er det umuligt altid at have både endelighed og proportionalitet, se [Holdum and Klausen, 2024].



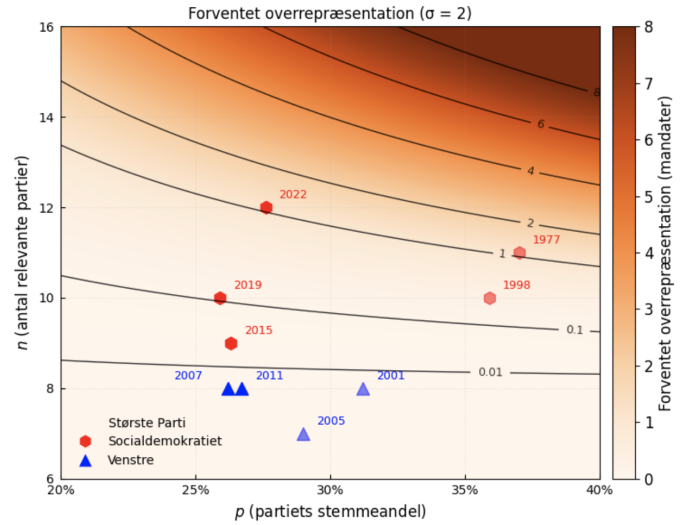
(A) Sandsynlighed for overrepræsentation, $\sigma = 1$.



(B) Forventet overrepræsentation, $\sigma = 1$.



(C) Sandsynlighed for overrepræsentation, $\sigma = 2$.



(D) Forventet overrepræsentation, $\sigma = 2$.

FIGUR 4. Sandsynlighed for og forventet størrelse af overrepræsentation. Øverste række $\sigma = 1$, nederste række $\sigma = 2$. Plottet er for det nuværende danske valgsystem med $c = 10$, $T = 40$. Markerede punkter svarer til det største parti ved faktiske valg (for 2007 ikke direkte sammenlignelige).

BILAG A. SANDSYNLIGHEDEN OG STØRRELSEN PÅ OVERREPRÆSENTATION

Lad som i Afsnit 2.3 variablen p betegne stemmeandelen for et (stort) parti og antag at n partier får mindst 2% af stemmerne. Det forventede antal kredsmandater fra (biasformlen) for partiet er $pk + \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n})$ og det forventede antal mandater i SBM er $(k + T)p$. Et partis samlede antal af kredsmandater givet deres samlede stemmetal kan opfattes uafhængige processer i hver af de c storkredse, hvis sum kan modelleres med en normalfordeling med middelværdi $pk + \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n})$ og ukendt standardafvigelse σ . Under den antagelse kan sandsynligheden udregnes¹⁴:

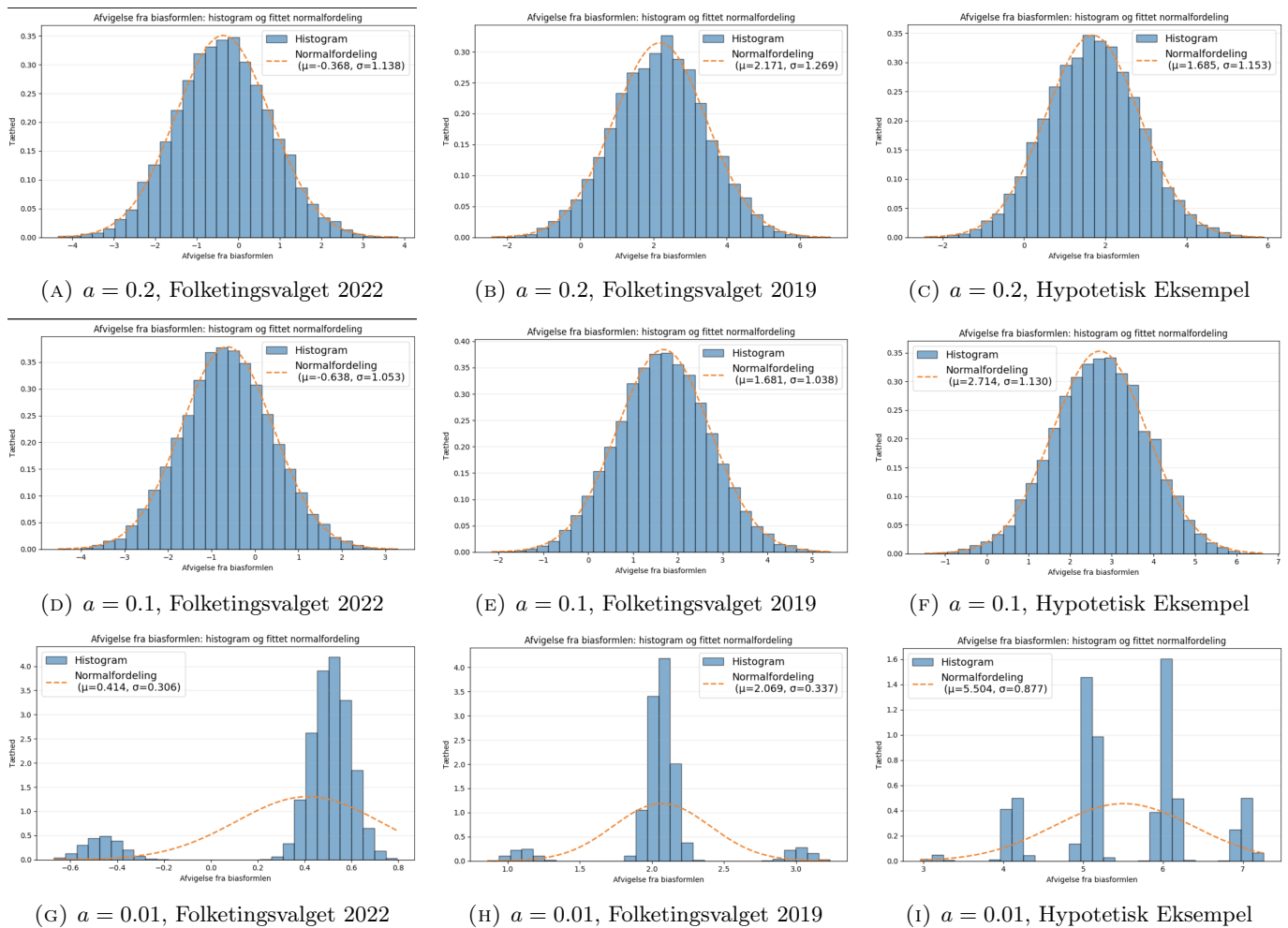
$$\text{sandsynlighed for overrepræsentation} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{pT}^{\infty} e^{-\frac{(x - \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n}))^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (1)$$

Normalfordelingsantagelsen giver også en formel for den forventede overrepræsentation:

$$\text{forventet overrepræsentation} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{pT}^{\infty} \max(\frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n}) - Tp, 0) e^{-\frac{(x - \frac{cn}{2}(p - \frac{1}{n}))^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (2)$$

Det eneste der udestår er at fastsætte standardafvigelsen σ . Figur 2 viser, at $\sigma \approx 1$ siden 2007. En alternativ tilgang til at estimere standardafvigelsen er at perturbere resultaterne fra de seneste valg. Dette er gjort i Figur 5, og resultaterne er konsistente med $\sigma \approx 1$. I Figur 4 vælges $\sigma = 1$ og $\sigma = 2$. Figuren viser, hvordan overrepræsentation var forventeligt i 2022, men ikke for de andre valg siden strukturreformen i 2007. Billedet er kvalitativt robust overfor ændringer i standardafvigelsen, men kvantitativt kan det ændre sig.

¹⁴Her er integralet forskudt med pk .



FIGUR 5. Histogrammer over fejlen i biasformlen for Socialdemokratiet ved valget i 1919, 2022 og det hypotetiske eksempel fra [Elklit et al., 2025] og tre forskellige niveauer af tilfældig støj i stemmetallene i storkredsene. For hver kombination perturberes stemmetallene med et uniformt tal mellem $1 - a$ og $1 + a$, hvorefter der normaliseres så det samlede stemmetal i hver storkreds forbliver konstant. Simulationerne gentages 10000 gange, og der fittes en normalfordeling til de observerede formelfejl.

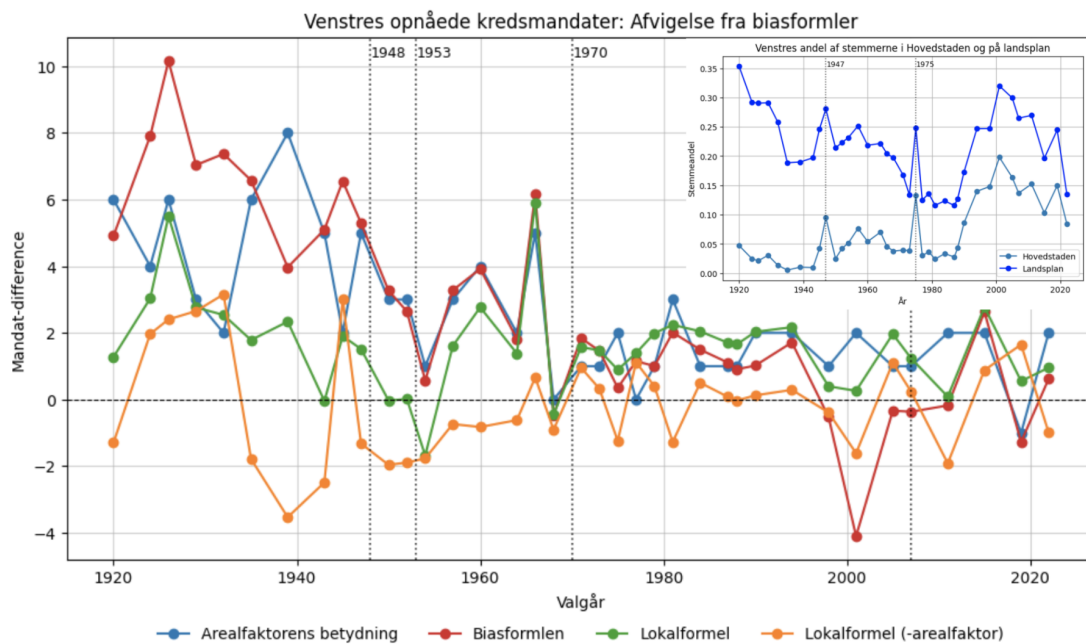
BILAG B. HVORDAN KUNNE VENSTRE BLIVE OVERREPRÆSENTERET I 1947 UDEN AT VÆRE STØRSTE PARTI?

Ved valget i 1947 fik Venstre 27.6% af stemmerne mod Socialdemokratiets 40.0%. Alligevel var det Venstre der ved hjælp af den d'Hondtske favorisering af store partier endte med en overrepræsentation på 8 mandater. Det kan forstås ud fra arealfaktoren, en lokaliserings-effekt og separatopstillingen af *Hovedstadens Venstre* (kun i 1947).

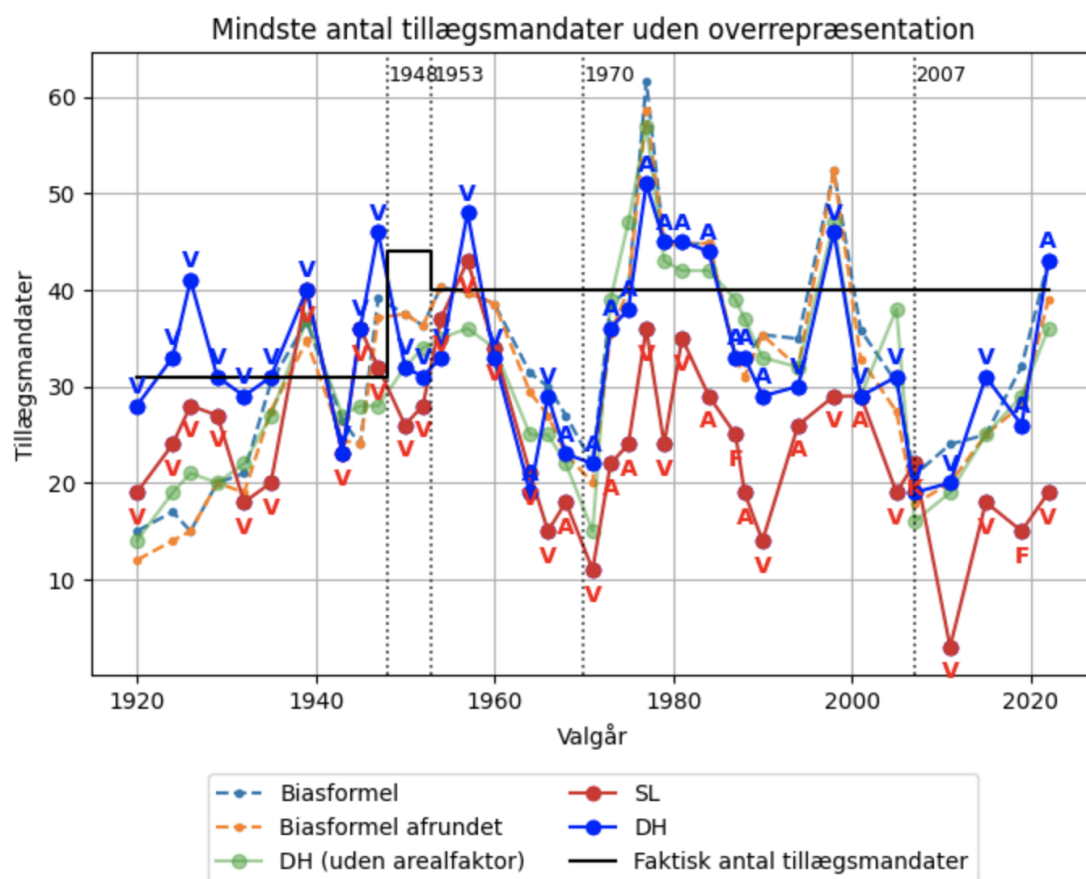
Areal-faktoren betyder, at tyndtbefolkede storkredse (med meget areal i forhold til indbyggertal) får flere kredsmandater end vælgertallet tilsiger dem, se [Elklit, 2023]. I dansk kontekst betyder det først og fremmest at København får relativt færre kredsmandater (og samtidig var fordelingen af kredsmandater på storkredse i 1947 ikke blevet justeret i 27 år [Elklit, 2023]). Kvantitativt undersøges effekten af arealfaktoren ved at sammenligne med valg i storkredse, hvor kredsmandaterne er fordelt udelukkende ud fra stemmetallet. Figur 6 viser, at arealfaktoren kan forklare det meste af biasformlens afvigelse.

Lokaliseringseffekten forklares bedst ud fra (biasformlen). Hvis man deri sætter partiets stemmetal til 0, forudsiger formelen, at partiet vil få $-c/2$ kredsmandater, hvorfor formelen ikke kan bruges¹⁵ på partier i systemer, der er for små til at opnå et kredsmandat. Hvis et parti i en eller flere storkredse slet ikke stiller op eller er meget svagt, vil partier ikke opnå nogen kredsmandater i den storkreds, mens formelen giver et negativt bidrag fra det område, hvor det ville være mere korrekt at sætte det til 0. Dette var netop tilfældet for Venstre i hovedstadens, der ved valgene i mellemkrigstiden fik meget få stemmer i Hovedstadens storkredse, se Figur 6. Størrelsen af denne effekt kan kvantiseres ved at opstille en *lokalformel*. Den består i at dele landet op i to, Hovedstaden og resten. Dernæst benyttes (biasformlen) i hver del af landet, men negative tal sættes til 0. Den formel passer generelt bedre på Venstre end den samlede formel, se Figur 6. Fjernes arealfaktoren også, tyder det på, at lokalformlen er helt uden systematisk bias for Venstre i hele perioden 1920-2022. Fluktuationen er blevet mindre over tid.

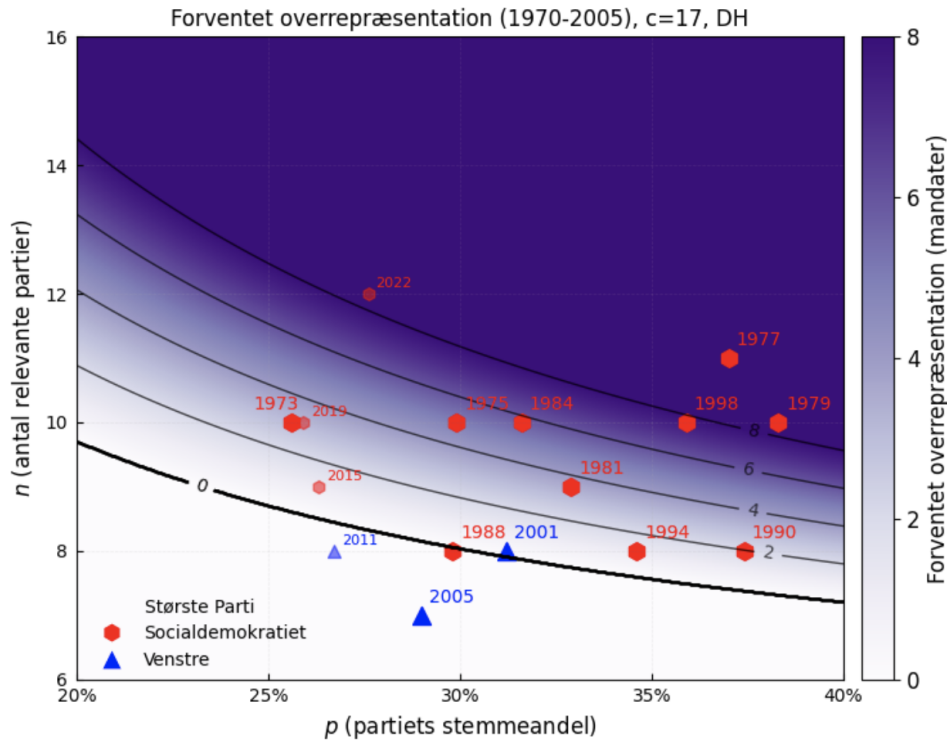
¹⁵Det er også derfor n er en lidt uigennemskuelig størrelse som ikke er lig med antallet af partier i [Flis et al., 2020].



FIGUR 6. Undersøgelse af årsagerne til at Venstre systematisk fik flere kredsmandater med den D'Hondtske metode end biasformlen forudsiger indtil 1970. Bemærk hvordan afvigelserne siden Kommunalreformen i 1970 har været begrænsede. Indsat: Venstres andel af stemmerne i Hovedstaden og på landsplan over tid.



FIGUR 7. Fiktivt antal nødvendige tillægsmandater for at undgå overrepræsentation. Kredsmandaterne er fordelt efter DH, SL, DH uden arealfaktor (hvor antallet af kredsmandater udelukkende er baseret på stemmetallet), biasformlen, og biasformlen afrundet til nærmeste hele tal. Partibogstaverne indikerer det parti, der ville være overrepræsenteret, hvis der havde været et tillægsmandat mindre end det minimale antal.



FIGUR 8. Illustration af (forventet overrepræsentation) for valgsystemet i perioden 1970-2005 ($c = 17, T = 40$) med kontrafaktisk brug af den d'Hondtske metode. Fordi c er større forventes overrepræsentation langt nemmere end i det nuværende danske valgsystem illustreret i Figur 3. Fordi (biasformlen) var mindre præcis før 2006 og systematisk undervurderede Socialdemokratiet (se Figur 2) er der en væsentlig diskrepans sammenlignet med Figur 1, hvor mandaterne fordeles i de daværende storkredsene med DH.

BILAG C. DATAGRUNDLAG

Den danske valgdata blev downloadet fra databasen [Kollman et al., 2024] og herefter rensset, f.eks. er kun septembervalget i 1920 medtaget og de to valg i 1953 under to forskellige valglove som 1952 (aprilvalget) og 1954 (septembervalget). Enkelte mangler er rettet, f.eks. at Retsforbundet i 1977 og 1979, Kristeligt Folkeparti i 1998 er under "Others". Mens Jakob Haugaards valg i 1994 og at Hovedstadens Venstre ikke står listet som separat parti stadig er der. Det må antages, at databasens data kommer fra opgørelserne over folketingsvalg fra Danmarks Statistik og Indenrigsministeriet som er digitaliseret af Danmarks Statistik [Danmarks Statistik, 2022] med støtte fra A.P. Møller Fonden. Da valgåret 2022 ikke var i dataen, er det tilføjet manuelt fra Indenrigsministeriets opgørelse. Fordelingen af kredsmandaterne i storkredsene over tid er fra Wikipedia [Gust Justice, 2025] og de kommer igen fra opgørelserne. En rensset CSV-fil med dataen og koden der genererer figurene kan tilgås på GitHub [Klausen, 2025].

FREDERIK RAVN KLAUSEN, PRINCETON UNIVERSITY, DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FINE HALL
 Email address: fk3206@princeton.edu